

ОТЗЫВ

члена диссертационного совета Овчинникова Александра Сергеевича на диссертацию Тимофеева Виктора Евгеньевича на тему «Динамика скирмионных кристаллов в подходе стереографической проекции», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.3.3. Теоретическая физика.

Диссертационная работа Тимофеева В.Е. посвящена исследованию динамики решёток магнитных скирмионов, наблюдаемых в хиральных гелимагнетиках с кубической симметрией. Ключевой особенностью работы является использование представления стереографической проекции, впервые использованного в классической работе Белавина и Полякова для двумерного изотропного ферромагнетика, для описания локальной намагниченности. В отличие от пионерской работы Белавина-Полякова, данное представление используется не только для поиска статической конфигурации, удовлетворяющей минимуму классической энергии, но и для описания динамики флуктуаций вблизи положения равновесия. В работе построен математический формализм описания собственных мод флуктуаций намагниченности. При помощи построенного формализма рассчитывается дисперсия возбуждений скирмионного кристалла для модели двумерного ферромагнетика с взаимодействием Дзялошинского-Мории во внешнем магнитном поле. Также исследуются топологические свойства полученной зонной структуры, основанные на расчете связности и кривизны Берри, и вычислении числа Черна для каждой из энергетических зон.

Несмотря на то, что имеется огромное количество работ, посвященных динамическим и статическим свойствам магнитных скирмионов, задача построения единой теории для описания как статических, так и динамических свойств решётки магнитных скирмионов остается открытой проблемой. Подавляющее большинство результатов в данном направлении были получены либо с помощью феноменологических подходов, использующих функционалы Ландау-Лифшица для намагниченности, либо с помощью численного моделирования динамики скирмионов. Имеется также ряд принципиальных разногласий, связанных с трактовкой скирмионного кристалла либо как упорядоченного массива пространственно-локализованных частиц, либо сверхструктуры, создаваемой суперпозицией трех магнитных спиралей. В диссертационной работе Тимофеева В.Е. предложен оригинальный подход, который можно отнести к работам, рассматривающим скирмионы как топологические квазичастицы, использующий стереографическую проекцию в качестве способа описания равновесной конфигурации намагниченности. Динамика вектора намагниченности описывается в терминах флуктуаций стереографического образа равновесной конфигурации. Такой формализм хорошо зарекомендовал себя при исследовании динамики топологических солитонов. Представленный в диссертационной работе подход находится в согласии с результатами других теорий, однако, он имеет определенные преимущества при рассмотрении скирмионной решетки при низких температурах, когда величина намагниченности достигает насыщения и меняется лишь ее пространственное направление. Собственно, указанная возможность значительно упростить теоретический анализ

мультискирмионных конфигураций и определяет научную и практическую значимость диссертационного исследования.

Диссертация состоит из введения, двух глав, заключения и списка цитируемой литературы.

Во **введении** приведено обоснование актуальности темы исследования, освещена степень ее разработанности, сформулированы цели и задачи, методы исследования, научная новизна, научная и практическая значимость работы. Также приводятся положения, выносимые на защиту, обоснование достоверности и апробация результатов на конференциях, данные о публикациях, личном вкладе автора, структуре и объеме диссертации.

Первая глава посвящена обсуждению общих свойств исследуемой модели, а также сравнению различных подходов к построению статической конфигурации, отвечающей минимуму классической энергии, а именно, решётки скирмионов, построенной при помощи метода стереографической проекции, и подходу так называемой “тройной спирали”.

В частности, в этой главе представлена модель двумерного ферромагнетика с взаимодействием Дзялошинского-Мории во внешнем магнитном поле. Получено решение для единичного скирмиона, обобщающее решение Белавина-Полякова на рассматриваемый случай. Используемый в работе подход позволил проанализировать взаимодействие скирмионов. Показано, что в плотно упакованных конфигурациях, помимо парного отталкивающего взаимодействия возникает притягивающее взаимодействие троек скирмионов. С учётом взаимодействий была рассчитана плотность классической энергии модели и найдены оптимальные параметры конфигурации в зависимости от внешнего магнитного поля. Также в первой главе в качестве альтернативного способа описания скирмионного кристалла рассматривается анзац деформированной тройной спирали. Показано, что метод стереографической проекции позволяет описывать скирмионный кристалл и в сильных магнитных полях, вблизи точки перехода в однородное ферромагнитное состояние. Вычислены относительные интенсивности старших брэгговских пиков в упругом сечении рассеяния нейтронов на скирмионном кристалле, показано, что интенсивность этих пиков составляет несколько процентов относительно интенсивности главных.

Во **второй главе** диссертации сформулирован общий формализм квазиклассического описания динамики флуктуаций локальной намагниченности в рамках стереографического подхода. Получены общие дифференциальные уравнения, для собственных мод мультискирмионных систем, в которых потенциалы выражаются при помощи стереографического образа статической конфигурации. В рамках развитого формализма, вычислена зонная структура возбуждений скирмионного кристалла и исследована зависимость зонной структуры от внешнего магнитного поля. Расчет показывает, что спектр содержит несколько бездисперсионных веток, энергия которых сильно чувствительна к величине магнитного поля. Разработана классификация веток спектра по магнитному квантовому числу волн деформаций изолированного скирмиона. Для низколежащих ветвей спектра рассчитаны топологические характеристики: кривизна

Берри и числа Черна. Показано, что бездисперсионные ветви обладают тривиальными топологическими свойствами, в то время как числа Черна ветвей спектра с заметной дисперсией отличны от нуля. Показано, что все отличные от нуля числа Черна положительны и равны единицам при этом, однако, кривизна Берри не всегда положительна и может существенно меняться внутри зоны Бриллюэна.

В заключении приведены обобщенные результаты и выводы по диссертационной работе.

Достоверность результатов подтверждается использованием известных и апробированных ранее теоретических техник и подходов, качественным согласием с результатами других исследований, в которых похожие модели рассматривались с помощью альтернативных методов. Результаты диссертационной работы опубликованы в высокорейтинговых журналах.

К **новым научным результатам**, представляющим наибольший научный интерес, можно отнести то, что разработанный в диссертации подход обладает рядом преимуществ по сравнению с альтернативными способами исследования магнонов в присутствии скирмионов. В частности, главным достоинством является единство описания статической конфигурации и последующего описания динамики, поскольку в уравнение для собственных мод напрямую входит стереографический образ статической конфигурации. Таким образом, уравнения позволяют описывать скирмионные конфигурации различных форм и симметрий, при этом принципиально форма уравнений не меняется. Кроме того, в таком подходе, благодаря стереографическому представлению, автоматически учитывается ограничение на модуль величины локальной намагниченности, т.е. нет необходимости игнорировать такую связь или искусственно вносить в лагранжиан дополнительные члены при помощи множителей Лагранжа. Также в работе сформулирован формализм вторичного квантования для возбуждений скирмионного кристалла в гармоническом приближении, получены выражения для функции Грина в базисе нормальных мод скирмионного кристалла. Эти расчеты могут послужить основой для дальнейшего изучения динамических свойств решёток скирмионов. Демонстрация нетривиальных топологических свойств спектра возбуждений скирмионного кристалла подразумевает существование аномального теплового эффекта Холла и краевых состояний магнонов, что может служить мотивацией для проведения соответствующей экспериментальной проверки.

Результаты диссертации были широко представлены на всероссийских и международных конференциях, опубликованы в реферируемых журналах в журналах, индексируемых базами РИНЦ, Web of Science и Scopus. Используемые в работе теоретические подходы представляют интерес не только для квантовой теории магнетизма, но и могут быть использованы при решении задач, связанных с квантовой теорией поля.

По диссертации имеются следующие **вопросы и замечания**:

1. В диссертационной работе рассматривается двумерная модель. Насколько она применима к тонким пленкам хиральных гелимагнетков, когда существенную

роль играет одноионная анизотропия? В ряде альтернативных теорий, именно это взаимодействие играет важную роль в стабилизации скирмионной фазы.

2. В качестве преимущества представленной теории подчеркивается ее эффективность для случая низких температур. Однако, если вести речь о сравнении с экспериментом, то известно, что в соединении MnSi А-фаза, приписываемая скирмионам, возникает вблизи критической температуры (~30 К). Насколько эффективным окажется данный подход для температур близких к критическим, если, конечно, возможно такое сопоставление с экспериментом, выполненным для объемных систем.
3. На стр. 19 в сноске упоминается правило для определения направления вектора Дзялошинского и указано, что оно применимо к объемным материалам. Вообще говоря, оно применимо только к магнитным диэлектрикам.
4. На стр. 20 выписаны инварианты Лифшица. Следовало бы указать, какой симметрии они соответствуют.
5. На странице 28 имеется фраза: «Иными словами, структура нулей и полюсов функции f при включении дополнительных взаимодействий поменяться не должна». Следует ли отметить «дополнительных взаимодействий малых по сравнению с обменным»?
6. На стр. 42, формула (1.48), выписана параметризация деформированной спирали в виде солитонной решетки. Насколько применимо такое предположение к MnSi, в частности, наблюдается ли в этом соединении зависимость изменения периода спирали с магнитным полем, требующая учета такой деформации?
7. На стр. 50 имеется фраза: «...единица в скобках в выражении (2.2) может показаться излишней, однако введена она в рассмотрение из тех же соображений, что и в выражении (1.7), т.е. чтобы избежать формальной расходимости при интегрировании по плоскости». Указанная единица с необходимостью возникает при решении обратной вариационной задачи – получении действия из уравнений движения спинов при помощи теоремы Вайнберга [I.G. Bostrem et al., Phys. Lett. A, 279, 33-37 (2001)].
8. На стр. 53 при обсуждении симметрии собственных мод упоминается «частично-дырочная симметрия». Не идет ли здесь речь о симметрии относительно обращения времени?
9. Стр. 67. Приводится впечатляющее сравнение расчета зонного спектра скирмионных возбуждений с аналогичным расчетом на основе эффективного гамильтониана (2.67). Однако, сам гамильтониан вводится *ad hoc*, поскольку отсутствуют какие-либо обоснования его введения, и не обсуждается причина совпадения результатов, кроме упоминания формальной подгонки.
10. При вычислении чисел Черна (стр. 78) выбирается равномерная k -сетка. Зависит ли результат от выбора сетки? В частности, изменится ли результат при выборе сетки Монкхорста-Пака, используемой для ускорения суммирования по зоне Бриллюэна?

