

## ОТЗЫВ

члена диссертационного совета Метлова Константина Леонидовича на диссертацию Тимофеева Виктора Евгеньевича «Динамика скирмионных кристаллов в подходе стереографической проекции», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.3.3 – теоретическая физика.

При написании отзыва требуется оценить актуальность, степень обоснованности, достоверность и новизну результатов, выносимых на защиту.

Прежде всего, об актуальности. Идея магнитной записи и обработки информации с помощью локализованных в пространстве состояний с нетривиальной топологией векторного поля намагниченности (топологических солитонов) имеет длинную историю. В контексте данной работы нужно отметить активно развивавшуюся в 1970-е, 80-е и 90-е тему цилиндрических магнитных доменов (ЦМД) – скирмионов в тонких плёнках, стабилизированных магнитостатическим взаимодействием. Эти исследования прошли все стадии развития – от научной теории и эксперимента, до внедрённых на практике и массово производимых инженерных разработок. Затем, независимо Богдановым (1989, в соавторстве с Яблонским) и Ивановым (1990, в соавторстве со Стефановичем и Жмудским) была предложена идея использовать вместо ЦМД топологически эквивалентные скирмионы (их называли тогда “магнитными вихрями”, проводя аналогию со сверхпроводниками 2-го рода) в толстых плёнках и объёмных образцах (где роль поверхности пренебрежимо мала), стабилизированные взаимодействием Дзялошинского-Мория. По сравнению с типичными ЦМД, основным достоинством скирмионов является их значительно меньший размер. Только много позже, уже в 2009-м, стабилизированные взаимодействием Дзялошинского-Мория, скирмионы (т.н. А-фаза) были обнаружены экспериментально в объёмном гелимагнетике. Это дало новый толчок развитию идеи использования локализованных в двух измерениях солитонов для магнитной записи и обработки информации, теперь уже под названием “скирмионика”. В сочетании с предложенным в 1996-м Слончевским методом управления магнитными состояниями при помощи спинполяризованного тока и распространением идеи на антиферромагнитные материалы, скирмионика обещает множество интересных приложений и очень активно развивается, о чём свидетельствует “шквал” научных работ на эту тему в последнее десятилетие. Тема работы Тимофеева В. А. прямо вписывается в этот контекст, а потому *несомненно является актуальной.*

Результаты работы перечислены в её Заключение. Основным мне кажется использование языка комплексных функций для целостного описания статике и динамики векторных полей намагниченности магнитных материалов с реалистичным микромагнитным гамильтонианом. Автор не

первый, кто использует такой подход, но введённые им пробные функции (1.25), (1.31) и конкретные результаты, полученные с их помощью в диссертации, являются новыми. Вторичное квантование довольно широко используется в теории магнетизма для вычисления спектра (закон дисперсии) спин-волновых возбуждений (магнонов), но значительную сложность представляет исследование дисперсии магнонов, возникающих на фоне неоднородных распределений намагниченности. Такого рода спектры, вычисленные во второй главе на основе пробных функций из первой главы, несомненно являются новыми. Новым так же является и их топологический анализ, открывающий путь к исследованию магнонных возбуждений (краевых состояний) на границах раздела между различными сосуществующими в гелимагнетике магнитными фазами. Таким образом, для меня новизна научных положений и выводов работы очевидна.

*Обоснованность и достоверность выводов так же не вызывает сомнений* в силу корректного использования классических и современных методов теоретической физики, математического анализа и вычислительной математики. И это не только моё мнение. Результаты работы прошли рецензирование и были опубликованы в ведущих научных журналах.

Несмотря на то, что работа теоретическая — развитый в ней простой аналитический метод оценки статических и динамических характеристик многоскирмионных состояний может служить источником интуиции при проектировании спинтронных и магнонных устройств. Тем самым, *данная работа имеет существенное прикладное значение.*

В целом могу сказать, что диссертация выполнена на высоком техническом уровне, а некоторые из вводных разделов (особенно, касающиеся метода вторичного квантования, чисел Черна и фазы Берри) написаны так хорошо, что их можно рекомендовать начинающим для более глубокого понимания этих вопросов.

Однако, как и в любом серьезном исследовании, в диссертации можно отметить ряд недостатков:

1. Стр. 23: Выражение (1.14) в точности соответствует определению плотности топологического заряда в оригинальной работе Белавина и Полякова [6]. Не понятно — откуда берётся отрицательный топологический заряд  $Q = -1$ , упомянутый в следующем абзаце ?

Поясню детально: Плотность топологического заряда пропорциональна обменной энергии, которая положительно определена. Другое определение — количество прообразов каждой точки при отображении  $S^2 \rightarrow S^2$ , тоже не допускает отрицательных значений топологического заряда. На самом деле, топологические заряды вихря (скирмиона) и антивихря (антискирмиона) равны. Это потому, что скирмионы и антискирмионы (в бесконечном двумерном ферромагнетике на расширенной плоскости) всегда существуют парами и у такой пары вместе (если интегрировать по всей плоскости ферромагнетика)  $Q = 1$ . Просто

в определённых ситуациях вихрь может быть в начале координат, а антивихрь на противоположном полюсе сферы Римана (такую конфигурацию обычно называют скирмионом), а может быть наоборот (тогда говорят об антискирмионе). При этом, всегда поляризация в центре вихря направлена в положительном направлении оси  $OZ$ , а в центре антивихря — в отрицательном. Можно провести инверсию оси  $OZ$  (либо оси  $OY$  путём комплексного сопряжения координаты  $z = X + iY$ , которая превращает вихри в антивихри и наоборот, оставляя поляризацию в их центрах неизменной), чтобы вихри были “отрицательно” поляризованы, а антивихри “положительно”, тогда действительно в такой левосторонней системе координат выражение (1.14) станет отрицательным, поскольку является псевдоскаляром. В этом случае, перед ним нужно просто поставить знак “—”, поскольку обменная энергия (и количество прообразов точки при отображении) при инверсии оси не меняется.

2. Стр. 27: Не совсем понятно, почему за основу берутся представления одно- и много- скирмионных решений (1.22), (1.23) в виде *антиголоморфных* функций.

Поясню детально: Конечно, множества голоморфных и антиголоморфных функций эквивалентны. Но некоторые формулы (например, зависящий от псевдоскаляра топологический заряд) приобретут при переходе от голоморфных функций к антиголоморфным дополнительный знак “—”. Формулы будут немного другими, но при этом несколько не новыми. Понятно, что зеркало тоже способно отразить мир полностью. Но не понятно — *зачем* нужно смотреть на мир через зеркало антиголоморфных функций? Неужели всё это (включая используемый автором и не до конца понятный мне отрицательный топологический заряд) нужно лишь для того, чтобы инвертировать направление намагниченности вдоль оси  $OZ$ ? Почему не инвертировать просто направление приложенного внешнего поля?

3. Стр. 41: Точное решение для периодической цепочки кинков (chiral soliton lattice) выведено в разделе 1.6.2 без ссылок среди оригинальных результатов автора. Может показаться, что оно тоже представляет собой оригинальный результат. Это не так.
4. Пробная функция (2.7) не допускает независимого движения центров скирмионов в решётке, а описывает либо однородное смещение решётки как целого (на введённый “руками” в пробную функцию вектор  $\mathbf{R}(t)$ ), либо деформацию скирмионов при сохранении жёсткой привязки их центров к узлам решётки. Такая привязка (пиннинг) неизбежно *завышает* энергию динамических возбуждений, которые получаются в рамках рассматриваемой автором модели. Именно она (а не только конечность базиса, как утверждает автор в разделе 2.3.6, с чем я не согласен) и приводит к образованию щели в нижней ( $m = 2$ ) моде. В отсутствии пиннинга, эта мода была бы голдстоуновской и никакой щели бы не было. Естественно, что это модельное допущение

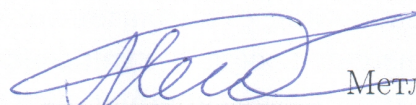
работает тем хуже, чем выше поле (и меньше скирмионы), поскольку тогда остаётся меньше пространства для манёвра формой скирмионов при условии жесткой привязки их центров.

5. Присутствуют опечатки: “завися” → “зависят”; “уравнением Тиле” → “уравнением Тиля”; “в решётке скирмионов пропадает происходит” → “в решётке скирмионов происходит”; “Bocdanov” → “Bogdanov”; во втором слагаемом второго члена ур-я (1.24) (относящегося к взаимодействию ДМ) вместо  $\bar{f}$  под производной должно быть просто  $f$ .

Приведенные выше замечания не ставят под сомнение основные выводы диссертационной работы и не влияют на оценку достоверности, важности и новизны представленных в ней результатов. Учитывая актуальность темы диссертационного исследования, научную новизну и практическую ценность, считаю, что диссертация Тимофеева Виктора Евгеньевича «Динамика скирмионных кристаллов в подходе стереографической проекции» выполнена на высоком уровне и является законченной научной работой, которая соответствует требованиям Приказа №11181/1 от 19.11.2021 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете», а Тимофеев Виктор Евгеньевич заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.3.3 — теоретическая физика. Пункты 9 и 11 указанного Порядка в диссертации соблюдены.

Член диссертационного совета,

доктор физ.-мат. наук,  
в.н.с. ГБУ ДонФТИ,

 Метлов К. Л.

Дата: 6 ноября 2022 г.

Адрес: ГБУ «Донецкий Физико-Технический Институт им. А.А. Галкина»,  
ул. Розы Люксембург 72, г. Донецк, ДНР 83114.

Телефон: +7 (949) 305-28-00. E-mail: metlov@donfti.ru .

Подпись заверяю:  
Учёный секретарь  
ГБУ «Донецкий физико-технический  
институт им. А.А. Галкина»  
О.В. Прокофьева

