

ОТЗЫВ

члена диссертационного совета Седакова Артема Александровича на диссертацию Петросяна Ованеса Леоновича на тему: «Динамическое и непрерывное обновление информации в моделях конфликтного управления», представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по научной специальности 2.3.1. Системный анализ, управление и обработка информации

Актуальность темы исследования. Владение необходимой и актуальной информацией о состоянии системы довольно важно при принятии решений не только в бесконфликтных процессах, но также и в условиях конфликта интересов сторон. В диссертации исследуются динамические задачи конфликтного управления с меняющейся информацией у участников конфликта. С одной стороны такие задачи можно разделить на две группы по тому, как участники выбирают свои действия и как изменяется «состояние» исследуемого процесса: в отдельные моменты времени или же непрерывно. В этом случае задачи моделируются дискретными или дифференциальными играми с конечным числом участников (игроков). С другой стороны подобные задачи можно разделить на две группы по характеру обновления информации у игроков о процессе: дискретному — когда информация обновляется (уточняется) в отдельные моменты времени, или непрерывному — при непрерывном ее обновлении. Стоит отметить, что несмотря на характер изменения информации, в каждый момент ее обновления она становится доступной игрокам в течение заданного (возможно, случайного) информационного горизонта.

Научная новизна. Полученные в диссертации результаты являются новыми и могут представлять интерес при развитии математической теории динамических игр в части обновляющейся (уточняющейся) у игроков информации об уравнении динамики системы в процессе игры.

Степень достоверности. Изложенные в диссертации теоретические результаты приводятся с полными доказательствами. В случае необходимости приводятся ссылки на источники используемых утверждений.

Основные результаты диссертации опубликованы в профильных научных изданиях, например, «Математическая теория игр и ее приложения», *International Game Theory Review*, *Journal of Optimization Theory and Applications*, *Optimization Methods and Software*. Основные результаты диссертации представлялись на международных научных конференциях высокого уровня по теории игр, теории оптимального управления, теории оптимизации и исследованию операций.

Теоретическая и практическая значимость работы. Работа расширяет границы применимости теории динамических игр (дискретных и дифференциальных), фокусируясь на математическом моделировании конфликтов с обновляющейся у игроков информацией. Важно отметить, что в работе исследуется случай наличия одинаковой информации (как и ее обновления) сразу у всех игроков. На ряде модельных примеров из экономики, маркетинга, а также примеров, моделирующих добычу ограниченного ресурса, демонстрируется возможность применения разработанной теории динамических игр с обновляющейся информацией к практическим ситуациям.

Содержание работы. Диссертация посвящена исследованию динамических игр с обновлением информации. Она состоит из введения, пяти глав, заключения и списка цитируемой литературы. Объем диссертации составляет 417 страниц.

В первой главе предлагается новое решение кооперативной дифференциальной игры — ПРД-ядро, которое основано на понятии доминирования, используемого для формализации s -ядра, классического решения теории кооперативных игр. Устанавливаются свойства ПРД-ядра, его связь с концепцией динамически устойчивого кооперативного решения и исследуются условия существования ПРД-ядра в дифференциальной игре. Процедура построения ПРД-ядра иллюстрируется на примере дифференциальной игры добычи ограниченного ресурса.

Во второй главе исследуется класс дискретных игр с обновлением информации в фиксированные моменты времени. Предполагается, что игроки обладают информацией об игре только в пределах заданного информационного горизонта, но по прошествии одного шага игры они получают уже обновленную информацию на ту же величину информационного горизонта, которая не зависит от их действий, выбранных на этом шаге. Формализуется некооперативная и кооперативная дискретная игра с обновлением информации, результирующее решение которых определяются как «склейка» решений в подыграх с фиксированным информационным горизонтом. Полученные результаты далее распространяются и адаптируются к случайному значению информационного горизонта. Практическая применимость построенной теории иллюстрируется на примере дискретной игры рекламы.

В третьей главе делается переход к дифференциальным играм с обновлением информации в фиксированные моменты времени. Здесь предполагается, что игроки также обладают информацией об игре только в пределах заданного информационного горизонта и получают обновленную информацию на ту же величину информационного горизонта в очередной момент ее обновления. Формализуется некооперативная и кооперативная дифференциальная игра с обновлением информации, определяются их результирующие решения и соответствующие результирующие траектории. Для кооперативного случая дополнительно определяются результирующие характеристическая функция и процедура распределения дележа. Эти концепции также строятся на основе «склейки» соответствующих концепций в подыграх с фиксированным информационным горизонтом. Полученные результаты затем распространяются и адаптируются к случайному значению информационного горизонта, а также на случай стохастического прогноза. Практическая применимость построенной теории иллюстрируется на примере дифференциальной игры добычи ограниченного ресурса.

В четвертой главе изучаются дифференциальные игры с непрерывным обновлением информации. Структура данной главы в целом повторяет предыдущие две главы диссертации в части построения результирующих некооперативных и кооперативных решений дифференциальной игры, а также результирующих процедур распределения дележа кооперативной игры. Дополнительно в этой главе исследуются линейно-квадратичные дифференциальные игры с непрерывным обновлением информации. Установлен ряд предельных переходов при сравнении решений игр с обновлением информации в фиксированные моменты времени и игр с непрерывным обновлением информации. Отдельно выделяется класс игр с нетрансферабельной полезностью в постановке текущей главы. Практиче-

ская применимость построенной теории этой главы снова иллюстрируется на примере дифференциальной игры добычи ограниченного ресурса.

В пятой главе показывается возможность применения концепции непрерывного обновления информации к решению обратной задачи теории управления. Особо выделяется класс линейно-квадратичных задач, на котором подробно иллюстрируются результаты численного моделирования при рулевом управлении одноколейного транспортного средства.

Замечания. Центральным предположением диссертации является неполная информированность игроков об уравнении динамики в течение всей игры. Информация о нем доступна игрокам лишь на некотором промежутке, при этом она обновляется (дискретно или непрерывно), «сдвигая» информационный горизонт. При принятии своих решений в некоторый момент времени игроки не знают, согласно какому правилу будет меняться уравнение динамики до момента окончания игры. Они лишь знают это правило на протяжении горизонта \bar{T} . При обновлении информации в очередной момент времени игроки снова располагают уравнением динамики (возможно, новым) на горизонте \bar{T} . Фактически игра решается «от начала к концу», т. е. решается каждая усеченная подыгра (она решается стандартными для динамической теории игр методами, поскольку уравнение динамики известно игрокам на всем горизонте \bar{T}). Начиная с момента обновления информации, игра решается на горизонте \bar{T} при известном уравнении динамики, а затем игроки придерживаются действий, согласно найденному решению до следующего момента обновления информации. Такой подход к решению главными образом отличается от классических динамических игр с полной информированностью игроков об уравнении динамики на всем протяжении игры, где усеченные подыгры не возникают.

1. Если по предположению игроки не знают, какую информацию об уравнении динамики они получат в будущем, то какой выигрыш (содержательно) они распределяют между собой при координации своих действий во всей игре? Например, в главе 2 информационный горизонт \bar{T} не обязательно равен единице (см. раздел 2.5.5, где $\bar{T} = 2$, а информация обновляется на каждом шаге игры). Почему игроки при выборе своего поведения должны ориентироваться на двухшаговую игру, когда после выбора ими действий на первом шаге, соответствующих решению в двухшаговой игре, информация об игре обновится? В чем их мотивация? Почему им просто не выбрать действие в игре с единичным горизонтом до следующего обновления информации? Кооперативное поведение в двухшаговой игре не гарантирует, что игроки на первом шаге (после получения обновленной информации) получат больший суммарный выигрыш нежели их суммарный выигрыш на первом шаге при единичном горизонте. Например, если рассмотреть игру рекламы двух лиц [179] (раздел 2.5) с равными начальными рыночными долями и следующими параметрами $m_i = p_i = h = 1$, $\delta = 2$, $\bar{T} = 2$, то оптимизация в двухшаговой игре приносит игрокам суммарный выигрыш 2.25 (с выигрышем 0.75 на первом шаге и 1.5 на втором), когда оптимизация на каждом шаге в случае единичного горизонта приносит игрокам суммарный выигрыш 2 (с выигрышами 1 на каждом из двух шагов). Этот пример как раз иллюстрирует то обстоятельство, что оптимизация за один шаг может приносить игрокам больший выигрыш, чем выигрыш который они получили бы на этом шаге при двухшаговой

оптимизации. Отмечу, что в [179] в аналогичном (2.42) уравнении суммирование берется по $j \neq i$.

2. Определения 2.2.0.1 на стр. 64 и 2.3.0.1 на стр. 66 результирующих стратегий в дискретной игре с обновлением информации на каждом ее шаге подразумевают выбор начального действия на каждом шаге, предписываемого соответствующим решением в усеченной игре, если до момента окончания игры больше \bar{T} шагов; в противном случае игрокам предписывается придерживаться действий в последней усеченной игре до ее окончания (как и окончания всей игры). Такое поведение игроков на последних \bar{T} шагах игры говорит о том, что они перестают использовать обновленную информацию, хотя она продолжает обновляться на каждом шаге до окончания игры. Это противоречит описанию игры с динамическим обновлением информации, и в диссертации на этот счет не дается пояснений. Подобное задание результирующих стратегий, несомненно повлияет на задание соответствующей траектории и построение характеристической функции вдоль нее.
3. В продолжение предыдущего комментария: на рисунках на стр. 96 и 136 видно, что игроки перестают обновлять информацию за два шага до окончания игры, при информационном горизонте $\bar{T} = 2$, хотя информация должна обновляться на каждом шаге. Такие действия игроков отражаются в траекториях.
4. Доказательство теоремы 2.3.2 на стр. 71 не приводится, как и не приводится ссылка на работу, в которой это утверждение доказывается.
5. Теоремы 2.3.3 на стр. 72 и 3.1.4 на стр. 117 содержат условия, выполнение которых требуется для того, чтобы результирующий дележ обладал свойством индивидуальной рациональности дележа. Однако в работе не дается комментариев о существовании таких дележей $\hat{\xi}$.
6. Формула (3.19) на стр. 117 задает результирующую характеристическую функцию в игре с дискретным обновлением информации. Выбор такого определения характеристической функции не поясняется; например, не поясняется, что отражает отрицательный вклад $-V_m$ (левая часть не зависит от m), а также, разность в квадратных скобках функции V_j .
7. Построение в диссертации теории разных классов динамических игр с обновлением информации проводится в предположении изменяющегося уравнения динамики. Однако многие прикладные модели в работе касаются случая, когда само уравнение динамики остается прежним даже в момент изменения информации. Это означает, что система развивается по прежнему закону, а игроки лишь информированы о меньшем чем продолжительность игры информационном горизонте.
8. «Склейка» действий для определения результирующего управления в игре с обновлением информации на каждом шаге в некотором смысле довольно похожа на построение близорукого (myopic) поведения, при котором игроки ориентируются только на текущие выигрыши и не фокусируются на будущих. В работе, к сожалению, не делается какой-либо попытки сопоставить два таких способа поведения.

9. В случае дифференциальной игры с непрерывным обновлением информации определение результирующих стратегий в виде «склейки» действий в каждой усеченной подыгре может дать негладкую функцию. В этом смысле может оказаться затруднительным по набору таких стратегий восстановление соответствующей траектории путем решения системы дифференциальных уравнений (стр. 218 и 282–283). В тексте предполагается, что построенная таким образом стратегия является допустимой, а замкнутая система дифференциальных уравнений имеет единственное и продолжимое решение на $[t_0, \infty)$. Это довольно сильное допущение. В работе не обсуждается разрешение ситуации с возникновением набора результирующих стратегий, при которых замкнутая система дифференциальных уравнений разрешима или имеет не единственное решения.
10. Главы 2–5 диссертации посвящены разработке теории динамических игр с изменяющейся информацией. В тексте отмечается, что информация играет одну из главных ролей в теории игр. Порой возникает необходимость моделировать конфликтные ситуации в условиях ограниченной информации, что гораздо ближе к реальным ситуациям. В диссертации не обсуждается насколько важно владение игроками информацией об игре в части получаемых ими выигрышей или относительно их поведения в рамках выбранного решения (кооперативного или некооперативного). Может ли, скажем, недостаток информации приводить к большим выигрышам некоторых (или даже всех) игроков? Сравнение решений при разных вариантах информированности был бы весьма полезен, хотя бы на уровне рассматриваемых моделей в области маркетинга, а также примеров, моделирующих добычу ограниченного ресурса.

Ряд мелких замечаний:

1. В разделе 1.4 на стр. 51 предполагается, что действием игрока является неотрицательное вещественное число. В тексте не обсуждается, удовлетворяет ли множество действий сформулированным предположениям на стр. 30, а также выполняются ли условия Филиппова для рассматриваемой модели.
2. На стр. 61–62 утверждается, что рассматривается игра с полной информацией. Можно спутать с понятием perfect information, что в диссертации не предполагается.
3. На стр. 112 решение W_j обозначается так же, как функция Беллмана при кооперации.
4. На стр. 193 не обсуждается, существует ли решение системы нелинейных дифференциальных уравнений относительно функций $A_i(t), B_i(t), C_i(t)$.
5. В формуле (4.7) на стр. 218 правая часть не содержит x , тем самым не позволяя понять, как определяется стратегия в дифференциальной игре с непрерывным обновлением информации.

Частично замечания носят редакционный характер. В то же время некоторые замечания могут быть учтены и использованы автором диссертации в будущем.

Заключение. Диссертация Петросяна Ованеса Леоновича на тему: «Динамическое и непрерывное обновление информации в моделях конфликтного управления» соответствует основным требованиям, установленным Приказом от 19.11.2021 № 11181/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете», соискатель Петросян Ованес Леонович заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по научной специальности 2.3.1. Системный анализ, управление и обработка информации. Пункты 9 и 11 указанного Порядка диссертантом не нарушены.

Член диссертационного совета

доктор физико-математических наук,
профессор Кафедры математической теории игр
и статистических решений Санкт-Петербургского
государственного университета



А. А. Седаков

12 апреля 2022 г.