

## ОТЗЫВ

председателя диссертационного совета Юлдашева Рената Владимировича  
на диссертацию Шериха Ахмеда Абделхамида Мохамеда Ахмеда на тему: «*Аналитико-численное исследование хаотической динамики в системах целого и дробного порядка*», представленную  
на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности

### 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Долгое время в научной литературе хаотическое поведение систем считалось экзотическим явлением не возникающим в практических задачах и интересным лишь математикам. Однако, это послужило толчком к обнаружению хаотической динамики в огромном числе различных механических систем, в системах связи, в лазерной физике, в химии и биохимии, в биологии, в экономике и медицине. Последующее развитие выявило целый ряд реальных практических задач, где хаотические режимы действительно могут быть полезными, вследствие чего стали активно развиваться аналитические и численные подходы к анализу и решению подобных задач.

Диссертация Шериха Ахмеда Абделхамида Мохамеда Ахмеда посвящена исследованию хаотической и гипер хаотической динамики в некоторых комплекснозначных динамических системах целого и дробного порядков. Подобные модели возникают в различных процессах в прикладных науках, например, в физике лазеров и физике плазмы. Одной из проблем теоретического и численного исследования динамики комплекснозначных систем является высокая размерность фазового пространства. В общем случае для исследования предельных динамических режимов необходимо показать существование в системе глобальной устойчивости, когда все траектории системы стремятся к стационарному множеству или определить все нетривиальные (периодические, квазипериодические, хаотические) предельные режимы. В диссертации Ахмеда Шариха вводятся и развиваются аналитико-числовые методы оценки границ глобальной устойчивости, локализации скрытых аттракторов и переходных хаотических множеств в комплекснозначных системах.

Помимо классических систем целого порядка, для моделирования физических явлений в качестве эффективного инструмента все чаще используется дробное исчисление (fractional calculus). Для таких систем также оказалось полезным применение понятия скрытых аттракторов, ставшего популярным в классических динамических системах. Скрытые аттракторы в системах дробного порядка и системах с комплексными переменными – относительно новая область исследований. В данной диссертации обнаружены скрытые аттракторы в некоторых специальных системах дробного порядка с комплексными переменными.

Выносимые на защиту результаты являются новыми и имеют важное теоретическое и значение:

- 1) Получены оценки границы глобальной устойчивости для комплексной системы Лоренца. Исследованы проблемы существования устойчивых скрытых хаотических аттракторов и переходных хаотических множеств в комплексной системе Лоренца в рамках специального аналитического преобразования, учитывающего симметрию фазового пространства.
- 2) Рассмотрена новая комплексная система Спротта дробного порядка без состояний равновесия, в которой обнаружено существование скрытого гиперхаотического аттрактора при различных значениях параметра дробного порядка. Исследован метод синхронизации с активным управлением скрытых гиперхаотических аттракторов.
- 3) Разработана новая схема реализующая синхронизацию с запаздыванием для гиперхаотических комплексных систем. Предложен новый алгоритм для достижения адаптивной синхронизации общего класса гиперхаотических комплексных систем с неопределенными параметрами.
- 4) Используя три описанные выше схемы, была достигнута синхронизация для классической цепи Чуа с мультиустойчивостью и скрытыми аттракторами. Были продемонстрированы улучшения по сравнению со схемой синхронизации, рассмотренной в работе Т. Капитаниака и др.

- 5) Представлены возможные приложения описанных трех схем синхронизации для проектирования защищенных систем связи и криптосистем.

Основные результаты опубликованы в журналах, индексируемых в Scopus и Web of Science, представлены на международных и российских конференциях, а также обсуждались на научных семинарах Кафедры прикладной кибернетики Математико-механического факультета СПбГУ. Несмотря на большой объем проделанной работы и общее положительное впечатление представляется возможным сделать следующие замечания по содержанию диссертации:

- 1) При чтении английской и русской версии диссертации выявлен ряд опечаток: например, на стр. 72 матрица  $K_3$  в формуле (3.32) далее написана с строчной.
- 2) В тексте одновременно используется два обозначения для операции транспонирования – “\*” (см. стр. 13) и “T”. Особенно странно это смотрится на стр. 74 где оба обозначения встречаются в одной формуле (3.44).
- 3) Для комплекснозначных систем Лоренца (2.4) и Рабиновича (2.35), не указаны область определения и множество значений их правых частей, а также классы комплекснозначных функций, описывающих переменные  $X(t)$ ,  $Y(t)$  и  $Z(t)$ .

Замечания не умаляют значимости и качества работы, носят рекомендательный или незначительный характер.

Диссертация Шериха Ахмеда Абделхамида Мохамеда Ахмеда на тему: «Аналитико-численное исследование хаотической динамики в системах целого и дробного порядка» соответствует основным требованиям, установленным Приказом от 19.11.2021 № 11181/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете», соискатель Шерих Ахмед Абделхамид Мохамед Ахмед заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ. Нарушения пунктов 9 и 11 указанного Порядка в диссертации не обнаружены.

Председатель диссертационного совета  
доктор физ.-мат. наук, профессор  
Санкт-Петербургского государственного университета



Юлдашев Ренат Владимирович

8 июня 2022 года

Дата

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Санкт-Петербургский государственный университет". Математико-механический факультет, 198504, Санкт-Петербург, Петергоф, Университетский проспект 28