

## ОТЗЫВ

члена диссертационного совета Пакшина Павла Владимировича на диссертацию Проскурникова Антона Викторовича на тему: «Усредняющие алгоритмы и неравенства в задачах многоагентного управления и моделирования», представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по научной специальности 1.2.3. Теоретическая информатика, кибернетика.

**Актуальность работы.** Мир находится в разгаре новой промышленной революции, движущей силой которой являются интеллектуальные производства (ИП), представляющие собой киберфизические системы.

Интеллектуальные производства способны реагировать в режиме реального времени на изменяющиеся требования и условия на предприятии, в сети поставок и на потребности клиентов полностью интегрированным и совместным образом. ИП возникли благодаря использованию преобразующих информационных технологий, например, промышленного Интернета вещей, искусственного интеллекта, облачных и сервис-ориентированных вычислений, а также науки о данных в производственной сфере. Эти технологии позволяют управлять физическими и киберактивами взаимосвязанных производственных компонентов посредством генерации и анализа больших объемов данных (Big Data).

Интеграция физических компонентов производства с киберпространством для формирования киберфизических систем уже осуществляется отдельными компаниями, промышленными консорциумами, регионами и странами. Важнейшей составной частью ИП являются группы роботов, которые можно рассматривать как многоагентные системы, целью которых является согласованное выполнение определенной коллективной задачи.

Интеллектуальные производственные системы лишь одна из современных областей, для которой направление исследований диссертационной работы является актуальным. Это направление представляет исключительную важность и для других киберфизических систем, а также для социальных систем.

**Характеристика основных результатов.** Разработанная автором теория базируется на введении нового математического объекта – системы усредняющих неравенств. Идея построения общей теории на основе этого объекта, как отмечает автор в последней главе, возникла при исследовании им алгоритмов и моделей динамики мнений, основанных на усреднении (статья в IEEE TAC, опубликованная в 2016 году). Так, в задаче консенсуса с

ограничениями каждому агенту соответствует скалярная функция, представляющая собой расстояние от его текущего состояния до желаемого множества (или до какой-то точки из множества). Эти функции удовлетворяют усредняющему неравенству, из их сходимости к консенсусу (либо просто сходимости, зависит от задачи) уже относительно просто выводятся свойства самих решений. Здесь прослеживается неформальная аналогия с системой неравенств Ляпунова. В самом деле, если, например, в дифференциальном неравенстве (2.6) допустить, что все переменные положительны, то при условии отрицательности правых частей будет гарантирована сходимость всех переменных к нулю. Автор показал, что эти неравенства могут эффективно работать и без указанных ограничений на переменные. Этот факт послужил ядром новой теории.

Наиболее сильными теоретическими результатами, по моему мнению, являются теорема 2.1 и теорема 2.2, которые устанавливают необходимые и достаточные условия консенсуса для усредняющих неравенств на постоянных графах.

Далее автор обобщает на неравенства ранее известные необходимые условия консенсуса в алгоритмах усреднения. В результате удастся и получить новое необходимое условие консенсуса в неравенствах усреднения над изменяющимися во времени графами: если неравенство гарантирует сходимость значений двух агентов к одинаковым пределам, то эти агенты должны принадлежать одной и той же сильной компоненте персистентного графа (теорема 2.4).

Эффективность новых необходимых условий подтверждается тем, что они становятся также достаточными для консенсуса при условии, что граф подчиняется некоторым условиям взаимности (теоремы 2.5, 2.6, 2.7 и следствия 2.8, 2.9). Более того, даже если персистентный граф не является сильно связным, любое решение неравенства сходится.

В случае общего направленного графа предложены новые условия консенсуса – повторяющаяся квазисильная связность (обеспечивает консенсус в алгоритмах усреднения) и повторяющаяся сильная связность (для консенсуса в неравенствах усреднения).

Соответствующие критерии консенсуса (теоремы 2.8, 2.9), по всей видимости, являются наиболее общими условиями консенсуса для общих переменных графов, существующими в литературе. Повторяющаяся сильная связность слабее, чем периодическая (равномерная) связность, обычно предполагаемая в известных публикациях. Повторяющаяся квазисильная связность, как показано в лемме 2.12, достаточно близка к необходимому условию (лемма 2.12).

Эффективность разработанной теории подтверждается также тем, что свойства линейных алгоритмов консенсуса могут быть без существенных затруднений распространены на нелинейную динамику усреднения (следствие 2.15).

В последующих главах автор применяет разработанную теорию к различным задачам динамики сетей. В третьей главе изучается робастность к коммуникационным запаздываниям в смысле сохранения консенсуса и сходимости при наличии запаздываний. Автор показывает, что критерии консенсуса в случае направленных графов (теоремы 2.8, 2.9) распространяются на случай систем с запаздыванием без существенных различий. Соответствующие обобщения даны в теоремах 3.1 и 3.2.

В четвертой главе рассматриваются приложения разработанной теории к нескольким проблемам многоагентной координации и распределенных вычислений. Соответствующие алгоритмы по своей структуре похожи на алгоритмы усреднения, однако они не обязательно приводят к консенсусу между агентами и предусматривают более сложное поведение. Чтобы исследовать эти алгоритмы, в литературе были разработаны специальные методы. Автор показывает, что на самом деле общая теория, разработанная в главе 2, позволяет исследовать эти алгоритмы единым унифицированным способом, ослабляя при этом многие стандартные технические предположения, такие как, например, кусочное постоянство весов или равномерная положительность ненулевых весов. Кроме того, результаты главы 3 позволяют распространить критерии сходимости на случай, когда появляются задержки при передаче данных.

Пятая глава посвящена новой области, которая лежит на границе кибернетики и социологии и рассматривает агентные модели социальных процессов. Эта область в последнее время привлекает значительное внимание математиков, специалистов по теории управления и физиков-теоретиков. Автор показывает, что разработанная им общая теория усредняющих алгоритмов и неравенств имеет важные приложения к агентным моделям социальных групп, позволяя исследовать ряд динамических моделей единым образом. Примечательно, что обращение автора к задачам из этой области послужило стимулом к развитию общей теории.

Работа хорошо организована, написана в строгом современном математическом стиле. При чтении существенно помогают удачно включенные исторические заметки и другие комментарии. Особо следует отметить очень подробное изложение доказательств теорем.

**Научная новизна** работы подтверждается тем, что основные результаты прошли рецензирование экспертами высокого уровня будучи опубликованы в ведущих журналах по системам управления (Automatica, IEEE Transactions on Automatic Control, Annual Reviews in Control, IEEE Control Systems), попадающих в первую квартиль по соответствующей категории в рейтингах Web of Science Core Collection и Scopus SJR. Помимо этого, статья "Opinion dynamics in social networks with hostile camps: consensus vs. polarization, опубликованная в IEEE Trans. Autom. Control в 2016. году, которая, как утверждает автор, во многом стимулировала развитие общей теории усредняющих неравенств, получила согласно Web of Science, достаточно цитирований для включения ее в 1% наиболее цитируемых статей в области инженерных наук. Статья "A tutorial on modeling and analysis of dynamic social networks" была отмечена премией ИФАК и издательства Elsevier как лучшая статья, опубликованная в журнале Annual Reviews in Control в 2017-2019 г. Кроме того, статьи, посвященные модели Фридкина-Джонсена, рассмотренной в главе 5, и ее экспериментальной проверке, опубликованы в ведущих междисциплинарных журналах (попадающих в первую квартиль по соответствующим категориям в рейтингах Web of Science Core Collection и Scopus SJR).

**Теоретическая ценность** работы в первую очередь заключается в том, что на текущий момент полученные автором достаточные условия консенсуса для общего случая наиболее близки к необходимым. Кроме того автор в главах 3-5 автор убедительно показал достаточную универсальность предложенной им в главе 2 теории, ее эффективность и преимущества в применении к широкому классу задач сетевой динамики.

**Практическая значимость** результатов обусловлена многочисленными применениями алгоритмов и агентных моделей, основанных на последовательном усреднении, в современных приложениях инженерных, естественных и социальных наук. Анализ таких алгоритмов и моделей проясняет механизмы принятия решений и формирования мнений в социальных группах, а также регулярного движение биологических агентов (стаи, рой, косяки и т.д.), и служит основой для новых методов управления группами роботов в киберфизических системах и формирования распределенных алгоритмов высокопроизводительных вычислений.

**Апробация работы.** Результаты диссертации обсуждались на Санкт-петербургском городском семинаре по теории управления (2013-2015), традиционных летних школах "Управления, информация и оптимизация" (2013,2014) и семинарах кафедры теоретической кибернетики СПбГУ (2015,2017), лаборатории 7 ИПУ РАН (2015), кафедры системного анализа

ВМК МГУ (2015), департамента математических наук политехнического университета Турина (2018), Королевского технологического института в Стокгольме (2017), института инженерии и технологий университета Гронингена (2014,2015), департамента прикладной математики университета Твенте (2017); Сколковского технологического института (2018, 2019).

Результаты работы были широко представлены на ведущих международных конференциях, таких как

- конференции IEEE по управлению и принятию решений (ведущая мировая конференция по системам управления);
- европейские конференции по управлению;
- международный симпозиум IEEE по интеллектуальному управлению (в рамках мультikonференции IEEE по системам и управлению);
- конференция IEEE по наследию Норберта Винера в 21 веке;
- конференции под эгидой IFAC.

Работы автора получили достаточно широкую известность, что подтверждается рядом сделанных им приглашенных лекций на международных конференциях высокого уровня, а также полупленарным докладом на конгрессе IFAC в 2017 году.

#### **Замечания по работе.**

1. В разделе 1.1 автор сделал попытку дать историческую ретроспективу от классических задач управления до динамических сетей. Перечисление имен ученых, внесших весомый вклад в те или иные направления, очень деликатная тема и автор не избежал здесь субъективизма. Так, например, говоря о методе Ляпунова в теории устойчивости, автор не упоминает выдающийся вклад Н.Г. Четаева и его школы. Характеризуя теорию децентрализованного управления, автор не упоминает о векторных функциях Ляпунова, предложенных Р. Беллманом и В.М. Матросовым, в то время как в известной монографии Д. Шильяка по децентрализованному управлению понятие векторной функции Ляпунова является одним из ключевых.
2. Несмотря на то, что по всем признакам, условия консенсуса, полученные автором для общего случая наиболее близки к необходимым по сравнению с известными в литературе, их проверка достаточно сложна в силу сложности понятия повторяющейся квазисильной связности.
3. Раздел 2.4.1. «Наивный подход: квадратичная функция Ляпунова» выглядит несколько странно как в смысле названия, так и в смысле содержания. Тот факт, что квадратичная функция Ляпунова с постоянной матрицей для рассматриваемого класса систем может дать

только консервативный результат, очевиден. При этом ничего не сказано о попытках использования квадратичных функций Ляпунова с переменной матрицей.

4. При исследовании дискретных систем в разделе 3.4 используется непрерывная интерполяция. Мотивация такого подхода остается непонятной. В частности, для приложений формулировка результатов в терминах исходной дискретной системы была бы более логичной.
5. Условия теорем 4.1 и 4.2 используют нетривиальные ссылки на другие результаты и воспринимаются с трудом. Прежде всего, только из доказательства указанных теорем становится понятным, что под предположениями теоремы 2.9 имеются в виду условия этой теоремы. Далее, в текстах этих теорем при ссылках на теорему 2.9 упоминается величина  $t_p$ , которой в формулировке теоремы 2.9 нет.
6. Восприятие материала затрудняет отсутствие простых и наглядных примеров, в которых были бы очень желательны элементы сравнительного анализа.

Приведенные замечания не ставят под сомнение ни один из выносимых на защиту результатов диссертации.

**Заключение.** Диссертация Прокурникова Антона Викторовича на тему: «Усредняющие алгоритмы и неравенства в задачах многоагентного управления и моделирования» соответствует основным требованиям, установленным Приказом от 19.11.2021 № 11181/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете». Соискатель Прокурников Антон Викторович заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по научной специальности 1.2.3. Теоретическая информатика, кибернетика. Пункты 9 и 11 указанного Порядка диссертантом не нарушены.

Член диссертационного совета,  
доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики Арзамасского политехнического института (филиала) Нижегородского государственного технического университета имени Р.Е. Алексеева



Пакшин Павел Владимирович

Подпись Пакшина П.В. заверяю  
Зам. директора



А.Ю. Шурыгин

Дата 13 мая 2022 г.