

ОТЗЫВ
научного руководителя на кандидатскую диссертацию
Павла Борисовича Гвоздевского
на тему “Надгруппы подсистемных подгрупп”

Работа Павла Гвоздевского посвящена описанию подгрупп в группах Шевалле над кольцами, и связана с несколькими центральными темами теории алгебраических групп и алгебраической К-теории.

С моей точки зрения, в ней получены совершенно замечательные результаты, полностью соответствующие уровню кандидатской диссертации (Ph.D) – в действительности, и по глубине и по трудности и по значению они заметно превосходят все требования, предъявляемые обычно к кандидатским диссертациям.

Начну с нескольких замечаний по поводу общего контекста и места результатов этой работы в общей картине. Описание различных классов подгрупп линейных групп представляет собой одну из центральных классических задач всей теории.

Над алгебраически замкнутыми, конечными и другими классическими полями здесь получено огромное количество общих результатов. Одной из абсолютных вершин этого направления является структурная теорема Ашбахера для конечных классических групп и аналогичные результаты Зейтца, Либекка, Тестермана и других для алгебраических и конечных исключительных групп.

Но вот уже даже для произвольных полей общих результатов такого рода гораздо меньше, первым и, пожалуй, до сих пор наиболее важным из них продолжает оставаться полученное в 1964 году Титсом описание параболических подгрупп, т.е. надгрупп борелевской подгруппы. А вот про надгруппы полупростых групп даже для поля известно гораздо меньше.

Для классических групп в результаты такого рода стали возникать в работах Зенона Боревица, моих, Алексея Степанова, Владимира Койбаева, Александра Щеголева и других начиная с конца 1970-х. Первоначально в этих работах рассматривались поля и маломерные кольца (полулокальные и арифметические), но потом во многих случаях удалось получить аналогичные результаты для произвольных коммутативных колец, и даже более общих классов колец, удовлетворяющих каким-то условиям коммутативности.

В то же время для исключительных групп до работ Гвоздевского в этом направлении не было известно практически ничего, кроме отдельных маленьких примеров над бесконечными полями, рассмотренных в работах Ли Шанчжы и Ванг Дэньина, а также вычисления уровней и формулировки *гипотез* об описании надгрупп системных подгрупп в исключительных группах Шевалле над коммутативными кольцами в моих работах со Щеголевым.

Павлу Гвоздевскому не просто удалось добиться здесь замечательного прогресса, а развить *новые методы*, которые позволили получить почти исчерпывающее решение этой задачи.

Перечислю основные достижения Павла Гвоздевского, из числа отраженных в тексте диссертации, которые представляются мне наиболее важными.

- Развита новая методика одновременных вычислений в группах Шевалле и их алгебрах Ли, которые позволяют резко сократить конкретные матричные вычисления и перебор случаев.

- Развита новая методика доказательства для описания надгрупп, что еще интереснее, разработано $2A_1$ -доказательство (в отличие от A_2 -доказательства,

которое широко использовалось в структурной теории последние 20 лет, здесь все детали до сих пор не были проработаны даже в контексте доказательства основных структурных теорем).

- На основе этого получено полное описание надгрупп элементарных групп системных подгрупп в исключительных группах типов E_6 , E_7 , E_8 (в действительности, конечно, одновременно для всех групп типа ADE). Это описание *аналогично* тому, которое имелось для классических групп и решает практически все имевшиеся здесь гипотезы, но несколько сложнее, чем ожидалось.

- Получены следствия этих результатов для различных конкретных вложений и систем с кратными связями.

- Для многих важных ситуаций или при каких-то дополнительных предположениях доказана нормальность нижней подгруппы уровня в верхней и явно вычислена соответствующая фактор-группа.

Эти результаты опубликованы в четырех больших статьях Павла Гвоздевского, выполненных без соавторов и опубликованных в журнале “Алгебра и Анализ”.

Отмечу, что из-за ограничений объема в диссертацию вошли даже не все результаты этих работ и, тем более, *далеко не все* результаты Павла, полученные им за время аспирантуры. Упомяну для примера лишь еще четыре:

- Улучшение теорем стабилизации K_1 -функторов для исключительных групп.

- Теоремы ограниченной редукции для ортогональных групп над кольцом многочленов от нескольких переменных (конструктивная версия K_1 -аналога проблемы Серра в этом случае).

- Улучшение оценок коммутаторной ширины для полной линейной группы над телами.

- Явные оценки ширины относительных элементарных групп в образующих Титса--Васерштейна в числовом случае.

Считаю, что в диссертации Павлом Гвоздевским получены **совершенно выдающиеся** результаты в структурной теории классических групп и алгебраических групп над кольцами, которые, в частности, дают практически полное описание надгрупп элементарных подгрупп системных подгрупп в исключительных группах Шевалле над произвольными коммутативными кольцами. Эта задача была сформулирована несколько десятилетий назад, но никаких окончательных результатов до работ Павла получено не было. При этом им развиты методы, которые окажут влияние на развитие всей этой области и, несомненно, приведут к решению дальнейших открытых проблем. Считаю, что эта работа представляет собой **замечательный** вклад в развитие всего этого направления.

У меня нет никакого сомнения, что работа Павла Борисовича Гвоздевского “Надгруппы подсистемных подгрупп” удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к кандидатской диссертации по специальности 1.1.5 “Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика” – и, в действительности, гораздо более высоким требованиям. Ее автор является сложившимся самостоятельным ученым, который уже получил важные результаты и безусловно заслуживает присуждения ему степени кандидата наук.

Доктор физ.-мат. наук,
Профессор

Н.А.Вавилов



по форме № - А.В. Кошова
28.10.2022