

## ОТЗЫВ

члена диссертационного совета Мокаева Руслана Назировича  
на диссертацию Шериха Ахмеда Абделхамида Мохамеда Ахмеда на тему:

**«Аналитико-численное исследование хаотической динамики  
в системах целого и дробного порядка»**, представленную на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2. Математическое  
моделирование, численные методы и комплексы программ

Несмотря на то, что дробные дифференциальные уравнения давно известны как большая и красивая теория, зародившаяся в переписке Г.Ф. Лопиталья с Г.В. Лейбницем в 1695 году, и далее развивавшаяся в работах Н.Х. Абеля, Ж. Лиувилля и О. Хевисайда, в настоящее время наблюдается всплеск ее применения в математическом моделировании и прикладных задачах. Причинами такого интереса является, во-первых, то, что во многих моделях физики, биологии и т.д. дробные производные и уравнения дробных порядков точнее описывают рассматриваемое явление. Например, так как определение дробной производной, в отличие от целой, дается нелокально, как интеграл от предыстории, то оно может быть применено для математического моделирования сред с памятью. Во-вторых, дробными уравнениями можно описывать немарковские процессы, что дает мощный инструмент в статистике. Наконец, уравнения данного типа также нашли свое применение в рамках раздела теории управления, получившего название управление с дробным порядком (fractional-order control), в котором интегратор дробного порядка является частью инструментария проектирования системы управления, что позволяет улучшить и обобщить хорошо зарекомендовавшие себя методы и стратегии управления. Качественное исследование динамики систем дробного порядка представляет большой интерес и по сей день.

Диссертация Шериха Ахмеда Абдельхамида Мохамеда Ахмеда посвящена исследованию динамики класса важных комплекснозначных моделей целого и дробного порядка. Разработаны аналитико-численные методы оценки границ глобальной устойчивости и локализации скрытых аттракторов и переходных хаотических множеств для таких систем. Также предложен алгоритм визуализации существования скрытых аттракторов и переходных хаотических множеств в системе на основе специального преобразования, учитывающего симметрию фазового пространства. Особое внимание уделено исследованию скрытых аттракторов в системах дробного порядка и системах с комплексными переменными, которое является относительно новым направлением, активно развивающимся в данной время. В представленной диссертации выявляются скрытые аттракторы в комплекснозначных системах дробного порядка.

Далее, автором диссертации были успешно разработаны различные схемы синхронизации для гиперхаотических комплекснозначных систем целого и дробного порядков. Такие схемы могут быть эффективно использованы для синхронизации систем с мультиустойчивостью и скрытыми аттракторами. Также, в качестве применения хаотической синхронизации в прикладной науке, разработаны и представлены различные схемы шифрования и защищенной коммуникации.

Результаты диссертации были представлены на международных конференциях. Основные результаты опубликованы в журналах, индексируемых в Scopus и Web of Science.

К автору имеется ряд уточняющих замечаний, связанных с тематикой и результатами его исследования:

- 1) Из контекста диссертации не до конца понятно, почему использовалось определение дробного оператора по Капуто и не использовалось классическое определение Римана-Лиувилля.
- 2) В разделе 1.3.3 автором описывается общая схема численного интегрирования дифференциальных уравнений дробного порядка, однако дальше в тексте никак не указывается, какой конкретно метод использовался для моделирования систем дробного порядка в Matlab.

Перечисленные замечания не влияют на общее положительное впечатление от работы.

Диссертация Шериха Ахмеда Абделхамида Мохамеда Ахмеда на тему: «Аналитико-численное исследование хаотической динамики в системах целого и дробного порядка» соответствует основным требованиям, установленным Приказом от 19.11.2021 № 11181/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете», соискатель Шерих Ахмед Абделхамид Мохамед Ахмед заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ. Нарушения пунктов 9 и 11 указанного Порядка в диссертации не обнаружены.

Член диссертационного совета  
доктор физ.-мат. наук,  
старший научный сотрудник  
Санкт-Петербургского государственного университета



---

Можаев Руслан Назирович

7 июня 2022 года

---

Дата

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Санкт-Петербургский государственный университет". Математико-механический факультет, 198504, Санкт-Петербург, Петергоф, Университетский проспект 28