

ОТЗЫВ

члена диссертационного совета на диссертацию Лубкова Романа
Алексеевича на тему:

«Надгруппы элементарных подгрупп редуktивных
групп в неприводимых представлениях»,

представленную на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук по специальности

1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная
математика

Изучение полной линейной группы, ее подгрупп, а также, более общих аффинных алгебраических групп имеет большое значение как для линейной алгебры, так и для алгебраической K -теории, алгебраической геометрии и других важных разделов современной математики. Диссертация Р.А. Лубкова посвящена т. н. надгруппам элементарных групп, т. е., подгруппам редуktивных алгебраических групп, содержащих соответствующие элементарные подгруппы. К числу достоинств работы, безусловно, следует отнести то, что этот вопрос рассматривается над произвольными коммутативными кольцами. Кроме того, изучаются внешние степени данных групп. Промежуточные результаты диссертации и разработанные диссертантом методы также представляют значительный интерес.

Напомню, что изучение классификации надгрупп, упомянутых выше, началось в 80х годах XX века. Большое значение для этой задачи имеет т. н. классификация М. Ашбахера, полученная в его очень известной статье. Основной результат этой статьи говорит, что каждая максимальная подгруппа конечной классической группы над полем либо попадает в один из восьми явно описанных классов $S_1 - S_8$, либо является “почти” простой группой в некотором неприводимом представлении, попадая в класс S . За прошедшее время, на эту тему были написаны сотни работ (и даже десятки обзоров). В них был получен ряд разнообразных результатов по этой теме — но, в основном, относящихся к классам $S_1 - S_8$. Отметим, что значительная часть утверждений, относящихся к случаю произвольных коммутативных колец, была получена петербургской алгебраической школой — начиная с известной статьи З.И. Бореvича и Н.А. Вавилова 1982 года.

Предложенная диссертация, в основном, посвящена самому сложному классу S Ашбахера и т. н. поливекторным представлениям линейных групп (связанных со внешними степенями соответствующих свободных модулей). В частности, полностью описаны образы этих представлений — причем как на теоретико-множественном, так и на схемном (в смысле Гротендика) уровне.

Опишу теперь содержание диссертации по главам. Она состоит из введения, четырех глав, заключения и библиографии. Во введении диссертант напоминает историю предмета и описывает план работы. В первой главе приведен ряд определений и утверждений, связанных с поливекторными представлениями и с поведением трансвекций при них. Кроме того, вычисляются некоторые нормализаторы.

Во второй главе доказывается, что некоторые функторы, соответствующие поливекторным представлениям, представлены гладкими групповым схемам, определенным над кольцом целых чисел; кроме того, эти схемы описываются явно. К тому же, вычисляются нормализаторы соответствующих элементарных подгрупп.

В третьей главе рассматривается ряд вопросов, связанных с разложением унипотентов. В последней, четвертой главе автор предлагает новый метод, позволяющий изучить решетку подгрупп в группе Шевалле, содержащих образ элементарной подгруппы некоторой другой группы Шевалле. Этот метод применяется для изучения некоторых надгрупп — в частности, для внешних квадратов линейных групп.

В заключении кратко пересказаны основные теоремы работы. Кроме того, автор обосновано предполагает, что его методы можно будет, в дальнейшем, применить к другим неприводимым представлениям алгебраических групп — в частности, к тем, которые соответствуют симметрическим степеням.

Отмечу, наконец, что список литературы к диссертации хорошо продуман и позволяет составить адекватное представление о теме диссертации.

Таким образом в диссертации решены интересные и трудные вопросы теории редутивных алгебраических групп. Автор проявил высокую математическую культуру и хорошее знание современной математики — в частности, алгебраической геометрии. Текст написан аккуратно и четко; он хорошо структурирован. Отдельные опечатки (в частности, несколько прописных букв вместо строчных и неудачное употребление слова «суть») и неточности не влияют на общее положительное впечатление от диссертации и не мешают пониманию основных ее положений.

Все основные результаты работы являются новыми, получены автором самостоятельно и строго доказаны. Основные результаты диссертации были доложены на ведущих алгебраических семинарах. Результаты настоящей работы рекомендуется положить в основу спецкурсов на математических факультетах МГУ, СПбГУ, НГУ и других университетов страны.

Исходя из вышесказанного, диссертация Лубкова Романа Алексеевича на тему: «Надгруппы элементарных подгрупп редутивных групп в неприводимых представлениях», соответствует основным требованиям, установленным Приказом от 19.11.2021 №11181/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете», соискатель Лубков Роман Алексеевич заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика. Пункты 9 и 11 указанного Порядка диссертантом не нарушены.

Член диссертационного совета, доктор физико-математических наук, профессор РАН, доцент Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Санкт-Петербургский государственный университет"

Михаил Владимирович Бондарко

05.09.2022