

ОТЗЫВ

члена диссертационного совета на диссертацию
Петрова Виктора Александровича

на тему:

“Мотивные методы в теории алгебраических групп и однородных многообразий”,
представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук
по специальности

1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика

В теории линейных алгебраических групп со времен ее создания Борелем и Шевалле интенсивно применяются когомологические методы. В последнее время возрос интерес к экстраординарным теориям когомологий, таким как кобордизмы или К-теория Моравы. Левин и Морель построили теорию алгебраических кобордизмов, работающую над произвольным базовым полем характеристики 0. Следуя идее Квиллена, с каждой ориентированной теорией когомологий можно ассоциировать некоторый формальный групповой закон, и наоборот, по формальному групповому закону можно построить соответствующую свободную теорию когомологий (кольцо Чжоу для аддитивного закона, К-теорию для мультипликативного и т. п.). В диссертации Виктора Александровича Петрова изучается категория мотивов скрученных форм клеточных многообразий с действием редуктивной группы, построенная по свободной ориентированной теории когомологий. Таким образом, тема исследования является актуальной.

Теорема 1 утверждает существование функтора из указанной категории мотивов в категорию комодулей над некоторой биалгеброй, построенной по торсору, задающему скрученные формы. Этот функтор не является вообще говоря ни унивалентным, ни полным, но тем не менее полезен при изучении мотивных разложений. Теорема 2 показывает, что при некоторых дополнительных условиях, накладываемых на теорию когомологий (выполненных, например, для кольца Чжоу по модулю простого числа и для К-теорий Моравы), мотивное разложение проективного однородного многообразия, расщепимого над общей точкой, полностью определяется разложением как комодуля над собой J -инварианта $J_A(E)$ (имеющего структуру биалгебры). С использованием этого результата в теореме 3 и следствии из неё приводится классификация проективных однородных многообразий, расщепимых над общей точкой.

Теорема 4 дает способ выявления таких мотивных слагаемых в мотиве Чжоу по простому модулю произвольного проективного однородного многообразия. Теорема 5 дает ранее неизвестные ограничения на возможные мотивные разложение квадрик.

Теоремы 6-9 из главы 3 являются применениями описанной выше техники к линейным алгебраическим группам исключительных типов. В частности, доказано, что инвариант Роста тесно связан с изотропностью групп типа E_7 с тривиальными алгебрами Гитса.

Результаты снабжены подробными доказательствами, докладывались на международных конференциях и опубликованы в международных рецензируемых журналах, что свидетельствует об их достоверности. Стоит отметить, что некоторые результаты, полученные диссертантом, уже цитируются другими авторами (см., напр., ссылку [55]), что дополнительно подчёркивает актуальность и важность результатов диссертации.

Однако в работе имеются некоторые недочёты, которые затрудняют чтение (и понимание) работы.

Прежде всего отмечу несколько неожиданную нумерацию ‘Следствий’, ‘Определений’ (и т.п. утверждений). Они не “локализованы” (с помощью дополнительных обозначений) и читателю трудно их разыскивать при ссылке на них; напр., следствие 2 находится на стр. 22, а цитируется оно на страницах 39, 40, определение 2 находится на стр. 25, а цитируется на странице 44; лемма 3 находится на стр. 16, а цитируется на странице 31; кроме того, между предложением 8 (стр. 21) и предложением 9 (стр. 53) огромный промежуток (и вновь проблема поиска пролистыванием). На стр. 9 одно и то же понятие названо различными (хотя и близкими) терминами (ср. ‘класс Чженя’ и ‘класс Черна’). В списке литературы содержатся некоторые небрежности, например, ссылки [54], [56] содержат в описании название одного и того же журнала, но это название написано по-разному (ср. также [81], [88]). Ссылка [4] – это русскоязычная статья. Поэтому писать по-английски ‘Corollary 5.11’ при ссылке на неё (см. стр. 35, 8 с. св.) – это допускать небрежность. Кроме того, в библиографическом описании статьи [4] следует указать (кроме тома) также номер выпуска, так как нумерация страниц в каждом номере начинается с ‘1’. На стр. 69, 2 строка сверху, имеется неточная фраза (об этом можно судить, сравнивая с английским переводом), а именно, следует читать ‘... говорим, что естественное преобразование функторов $A \rightarrow B$, действующих из категории расширений некоторого фиксированного базового поля ...’

Однако отмеченные недостатки не снижают ценности полученных в диссертации результатов.

На основании вышеизложенного считаю, что диссертация Петрова Виктора Александровича на тему: “Мотивные методы в теории алгебраических групп и однородных многообразий” соответствует основным требованиям, установленным Приказом №11181/1 от 19.11.2021 “О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете”, а соискатель Петров Виктор Александрович заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика. Пункты 9 и 11 указанного Порядка диссертантом не нарушены.

Член диссертационного совета

доктор физико-математических наук, профессор,

профессор кафедры высшей алгебры и теории чисел

ФГБОУ ВО Санкт-Петербургский государственный университет



Генералов Александр Иванович

11 января 2022 г.