

## ОТЗЫВ

члена диссертационного совета Буркина Игоря Михайловича на диссертацию Шерих Ахмед Абделхамид Мохамед Ахмед на тему “Аналитико-численное исследование хаотической динамики в системах целого и дробного порядка”, представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2.

Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Численное и аналитическое изучение хаотических динамических режимов и, в частности, скрытых аттракторов в реальных физических, химических, биологических системах привлекает пристальное внимание исследователей на протяжении последнего десятилетия. При этом большинство известных результатов относится к системам с вещественными переменными, и использует классическое определение оператора дифференцирования. Однако многие явления в природе и технике адекватно описываются комплекснозначными математическими моделями, а также дифференциальными уравнениями дробного порядка. Локализация скрытых аттракторов в таких системах является непростой задачей, и требует разработки специальных аналитико-численных методов, учитывающих как особенность комплексной динамики, так и специфику использования производной дробного порядка. Исследование скрытых аттракторов в системах дробного порядка и системах с комплексными переменными является относительно новым направлением, которое находится в стадии активного развития. Существенная часть представленной диссертационной работы Шериха Ахмеда посвящена разработке оригинальных аналитико-численных методов обнаружения и локализации скрытых хаотических и гиперхаотических аттракторов в комплекснозначных системах целого и дробного порядка. Последнее обстоятельство определяет её **актуальность**.

Первая глава диссертации является вводной. В ней излагаются основные понятия и методы исследования, используемые в последующих главах.

Центральное место в диссертации занимает вторая глава, в которой исследуется динамика некоторых комплекснозначных моделей с целым и дробным порядком, включая комплексную модель Лоренца, комплексную модель Спротта дробного порядка и комплексную модель Рабиновича.

Для комплекснозначной системы Лоренца, описывающей бароклинную неустойчивость в атмосфере или физику разогнанных лазеров, с помощью аппарата функций Ляпунова получена оценка внутренней границы глобальной устойчивости. Продемонстрирован впечатляющий набор вариантов динамики исследуемой системы при потере устойчивости. Использование специального аналитического преобразования позволяет определить так называемую скрытую границу глобальной устойчивости, существенно упростить визуализацию скрытых аттракторов системы и обнаружить их отличие от присутствующих в системе скрытых долговременных переходных хаотических множеств.

Для комплексной системы Спротта дробного порядка проведено численное исследование. Обнаружено богатое разнообразие возможных движений при различных соотношениях между параметрами исследуемой системы. В частности, обнаружена

возможность возникновения гиперхаотических аттракторов, что не присуще вещественной системе Спротта.

Заключительный раздел второй главы посвящен исследованию комплексной гиперхаотической системы Рабиновича, моделирующей переход к турбулентности в потоке Кутта между цилиндрами. Найдены условия устойчивости системы. Продемонстрированы сложность и богатство динамики системы, что делает потенциально возможным её использование в различных приложениях, например, в безопасной связи.

Результаты, полученные автором во второй главе, а также развиваемые им методы исследования не были известны ранее в литературе, что свидетельствует о **новизне** и **теоретической значимости** представленного Шерихом Ахмедом диссертационного исследования.

**Практическое значение** диссертационной работы ярко продемонстрировано в третьей главе диссертации, посвященной вопросам синхронизации комплексных гиперхаотических систем целого и дробного порядков. Автором предложены три схемы синхронизации: метод активного управления для синхронизации скрытых гиперхаотических аттракторов в комплексных системах Спротта дробного порядка, синхронизация с запаздыванием для комплексных гиперхаотических систем на основе комплексных систем Лоренца и Рабиновича, адаптивная синхронизация для общего класса комплексных гиперхаотических систем с неопределенными параметрами. На основе разработанных диссертантом стратегий синхронизации предложены новые схемы для улучшения безопасной связи и криптосистем. При этом наибольшее впечатление производит предложенная диссертантом новая безопасная стратегия связи, основанная на адаптивной синхронизации гиперхаотических систем с неопределенными параметрами. Предлагаемая стратегия построена таким образом, чтобы разделить сообщение и ввести один бит информационного сигнала в модуляцию параметров, а другой бит – в состояния передатчика. Такой прием повышает безопасность системы связи, и усложняет задачу дешифровки передаваемой информации. Эффективность разработанных диссертантом методов шифрования в системах связи подтверждена многочисленными тестовыми примерами передачи маскированных сообщений, представленных как обычным текстом, так и аудиосигналами.

**Апробация работы** прошла при участии диссертанта в шести всероссийских и международных конференциях и отражается в наличии у него четырех публикаций в научных журналах, входящих в перечень ВАК, и двух публикаций в журналах, индексируемых в международных базах данных Scopus и Web of Science.

По работе имеются замечания редакционного характера, относящиеся к изложению текста диссертации на русском языке, которые, по-видимому, являются следствием того обстоятельства, что русский язык не является родным для её автора. Также следует отметить некорректность утверждения пункта 1 теоремы 1.1 на стр. 173 работы. Если среди собственных значений матрицы линейной системы есть собственные значения с нулевыми вещественными частями кратности большей 1, то состояние равновесия системы будет неустойчивым. Хотелось бы также уточнить один момент, касающийся результатов о скрытой границе устойчивости. В Главе 2 исследуется скрытая граница практической устойчивости для систем целого порядка. Можно ли провести схожие исследования

скрытой границы практической устойчивости для систем дробного порядка, например, системы Лоренца дробного порядка с вещественными и комплексными переменными?

Сделанные замечания не влияют на общее положительное впечатление и высокую оценку уровня представленного диссертационного исследования. Диссертация Шерих Ахмед Абделхамид Мохамед Ахмед на тему “Аналитико-численное исследование хаотической динамики в системах целого и дробного порядка”, соответствует основным требованиям, установленным Приказом от 19.11.2021 № 11181/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете». Считаю, что соискатель Шерих Ахмед Абделхамид Мохамед Ахмед заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ. Нарушения пунктов 9 и 11 указанного Порядка в диссертации не обнаружены.

23.05.2022

Буркин Игорь Михайлович  
Член диссертационного  
совета, доктор  
физико-математических наук,  
профессор Тульского  
государственного университета

И.М.Буркин

