

## ОТЗЫВ

члена диссертационного совета на диссертацию Седакова Артема Александровича на тему: «Динамические сетевые игры», представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.09 — Дискретная математика и математическая кибернетика

Теория динамических сетевых игр — одно из наиболее молодых и активно развивающихся направлений современной теории игр. Популярность этого направления обусловлена возможностью моделирования и решения актуальных конфликтных ситуаций, в которых сеть описывает структуру связей между игроками либо структуру объекта, состояние которого влияет на поведение игроков. Подобные модели возникают при теоретико-игровом анализе социальных сетей, процессов конкуренции, предоставления общественных благ, задач природоохранного характера. В диссертации рассматриваются в основном вопросы кооперации в динамических сетевых играх с дискретным временем. Некооперативные сетевые модели также изучаются там, где исследуется преимущество кооперативного поведения перед некооперативным с точки зрения выигрышей игроков.

В первой главе для кооперативных динамических игр с дискретным временем сформулированы и доказаны достаточные условия сильной динамической устойчивости  $s$ -ядра. Для специального класса игр, применяемых при решении задач управления вредными выбросами, накопления знаний и капитала, установлено, что в случае симметричных игроков  $s$ -ядро всегда является сильно динамически устойчивым решением, а в асимметричном случае найдено условие, невыполнение которого приводит к нарушению данного свойства. Показано, что вектор Шепли всегда является дележом из  $s$ -ядра в таком классе игре вследствие супермодулярности характеристической функции. Для известного преобразования характеристической функции игры, которое гарантирует сильную динамическую устойчивость модифицированного  $s$ -ядра, доказана его сходимость и изучены предельные свойства характеристической функции и решения. В частности, показано, что  $s$ -ядро, построенное по предельной характеристической функции, остается сильно динамически устойчивым кооперативным решением.

Во второй главе разрабатывается теория кооперативных динамических сетевых игр. Основным предположением является зависимость выигрышей игрока только от своих действий и действий его непосредственных «соседей» в сети. Установлено, что нахождение супераддитивной характеристической функции игры, определяемой согласно классическому подходу фон Неймана и Моргенштерна, сводится к решению соответствующих задач максимизации, что существенно упрощает ее вычисление. Получены условия динамической устойчивости вектора Шепли и сильной динамической устойчивости  $s$ -ядра для детерминированных игр, а в случае наличия в игре случайного элемента («шока») — условия позиционной состоятельности. В качестве приложений рассмотрены сетевые модели предоставления общественных благ и рыночной конкуренции как примеры игр с положительными и отрицательными экстерналиями, возникающими от наличия связей с другими игроками.

В третьей главе исследуются динамические модели социальных сетей с точки зрения достижимости консенсуса и выработки согласованного влияния на мнения участников сети. В моделях с двумя центрами влияния получены условия достижимости либо консенсуса, либо консенсуса большинства, и проведен сравнительный анализ предельных мнений участников сети как функций параметров модели. В модели согласованного влияния в социальной сети, представленной динамической игрой с дискретным временем, построена кооперативная ситуация и указана характеристическая функция игры, на основе которой центры влияния могут распределять кооперативный выигрыш в соответствии с выбранным кооперативным решением. Теоретические результаты проиллюстрированы на примерах малой социальной сети, описанной У. Закари, и двумерной квадратной решетки.

В четвертой главе рассматриваются игры в развернутой форме на древовидных графах. Приведена динамическая модель формирования графа связей между игроками как позиционная игра с полной информацией. В качестве вектора выигрышей игроков выбирается одно из кооперативных правил распределения для игр с ограниченной кооперацией, например, вектор Майерсона или АТ-решение, а в качестве решения такой игры выбрано совершенное по подыграм равновесие по Нэшу. Проведено сравнение решения этой модели с динамической моделью Ауманна–Майерсона формирования графа связей, в том числе, для игры с главным игроком. Указаны условия на характеристическую функцию, выполнение которых мотивирует игроков к созданию новых связей. Далее модель обобщается на случай, когда выигрыши игроков заданы замкнутыми интервалами. Исследована проблема динамической устойчивости аналога интервального вектора Шепли. Для ее решения предложена процедура распределения выигрышей в вершинах кооперативного пути.

В пятой главе изучаются динамические игры на деревьях событий, в которых узлы дерева реализуются с заранее заданным вероятностным распределением, не зависящим от действий игроков. Для модели динамической игры на бинарном дереве событий с симметричными игроками в явном виде найдены единственные S-адаптированное равновесие по Нэшу (распространение концепции равновесия по Нэшу на случай игр на деревьях событий) и кооперативная ситуация. Явное представление двух решений позволило вычислить цену анархии как некоторую меру «эгоизма», в симметричном случае представляющую собой отношение выигрыша игрока при кооперации к его выигрышу в S-адаптированном равновесии по Нэшу. В качестве приложения для модели управления вредными выбросами найдены равновесное и кооперативное поведение игроков и проведен детальный сравнительный анализ цены анархии как функции параметров модели.

Замечания по работе.

1) Лит. обзор отражает хорошее знание диссертантом зарубежных источников. В то же время, в нем не отражены некоторые важные отечественные работы. По моделям динамики мнений это - Краснощеков П. С. Простейшая математическая модель поведения. Психология конформизма // Математическое моделирование. — 1998., по вопросам существования С-ядра — Васин А.А., Гурвич В.А. Примиримые наборы коалиций, в сб.: Вопросы прикладной математики/ г. Иркутск, 1977; Vasin, On the

Existence of the Coalition Set Core. Year-Book of Game Theory and Applications, 1996. Nova Science Publishers; Borosh, Gurvich, Vasin, Stable families of coalitions and normal hypergraphs, RUTCOT, 1995.

Из результатов последних вытекают общие теоремы существования сильно динамически устойчивого  $S$ -ядра для широких классов игр на древовидных графах.

2) Иногда у автора возникают проблемы с грамотным изложением своих мыслей и результатов. С.268: "Результаты будут проиллюстрированы на простом примере, но в то же время широко используемым в литературе, посвященной управлению вредными выбросами, для которого будет проведен анализ на чувствительность с целью понимания как меняется  $RoA$  с изменением основных параметров модели". С. 232,233- ошибки в описании многошаговой сетевой игры с полной информацией.

3) При анализе приложений автор ограничивается техническими результатами и расчетом примеров. Хотелось бы видеть также качественные выводы (policy implications) из проведенных исследований.

Указанные недостатки не влияют на итоговую высокую оценку обсуждаемой диссертации. Полученные в диссертации условия существования динамически устойчивых решений и описания динамически устойчивых процедур распределения выигрышей для нескольких классов кооперативных игр имеют важное теоретическое и прикладное значение и вносят крупный вклад в развитие теории кооперативных игр. Диссертация Седакова Артема Александровича на тему «Динамические сетевые игры» соответствует основным требованиям, установленным Приказом от 01.09.2016 № 6821/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете». Соискатель Седаков Артем Александрович заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.09 — Дискретная математика и математическая кибернетика. Пункт 11 указанного Порядка диссертантом не нарушен.

Член диссертационного совета

Доктор физико-математических наук,  
профессор Кафедры исследования операций  
Факультета вычислительной математики  
и кибернетики Московского государственного  
университета имени М. В. Ломоносова

А. А. Васин

2020-07-07

