

## ОТЗЫВ

члена диссертационного совета  
на работу **Седакова Артема Александровича**

на тему: «**Динамические сетевые игры**», представленную на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук по специальности  
01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика

**Актуальность.** Диссертационная работа А.А. Седакова посвящена актуальной проблеме моделирования сложных систем с сетевой структурой. Элементы этих сетевых структур взаимодействуют друг с другом, могут иметь разные цели, и поэтому могут рассматриваться как игроки. Сетевые структуры меняют свою структуру во времени, поэтому важно предсказывать состояние их элементов после какого-то промежутка времени. Большое число международных конференций и публикаций в известных журналах в исследуемой области также свидетельствует об актуальности темы исследования. Также актуальными являются прикладные задачи, рассмотренные в работе, а именно, задачи динамики мнений и достижения консенсуса и нахождение оптимальных стратегий в задачах охраны окружающей среды.

**Новизна работы.** Предложена формализация динамических игр с сетевой структурой в кооперативной и некооперативной постановках. В предложенной модели сетевой игры включена процедура построения сети и сама игра взаимодействия игроков, имеющих двухсторонние связи. Получены условия динамической и сильной динамической устойчивости кооперативных решений, а также найден класс кооперативных решений, всегда удовлетворяющий этим условиям. Сформулированы условия, гарантирующие сильную динамическую устойчивость  $S$ -ядра кооперативной динамической игры с дискретным временем. Предложено линейное преобразование характеристической функции игры вдоль кооперативной траектории, которое гарантирует неотрицательность платежей на каждом шаге в кооперативной динамической игре с дележами из  $S$ -ядра, установлена сходимость такого преобразования и доказано, что предельное  $S$ -ядро также является сильно динамически устойчивым. Впервые исследованы динамические сетевые игры с шоком, в которых в некоторый случайный момент меняется структура сети. Сформулированы условия поддержки кооперации или, другими словами, условия защиты от иррационального поведения, когда игроки решают действовать самостоятельно. Получен ряд новых результатов в области приложений. В модели динамики мнений в сети с агентами разных типов приведены условия достижимости консенсуса. В динамической игре двух лиц динамики мнений с дискретным временем, найдено равновесие по Нэшу. Предложена кооперативная постановка этой задачи, находится кооперативное решение в виде вектора Шепли. Рассмотрена динамическая игра, связанная с управлением объемами вредных выбросов, при этом сделано сравнение кооперативного и индивидуального поведения игроков с помощью цены анархии.

**Достоверность.** Обоснованность и достоверность научных положений диссертации определяется строгим математическим доказательством сформулированных в работе

утверждений, апробацией результатов, выносимых на защиту, на многочисленных конференциях международного уровня, публикациями в рецензируемых российских и международных изданиях, в том числе – 22 из списка ведущих периодических изданий (из списка ВАК РФ, а также периодические издания, индексируемые в международных наукометрических базах Scopus и Web of Science Core Collection).

**Теоретическая и практическая значимости.** Диссертация является глубокой научной работой и имеет важное значение для развития динамических и сетевых игр. Основное достижение диссертанта заключается в развитии нового направления в этой области – кооперативных и некооперативных динамических игр с сетевой структурой. Автором предложена оригинальная постановка задачи, разработан математический аппарат для нахождения решений таких игр, сформулированы проблемы динамической устойчивости решений кооперативных динамических игр с сетевой структурой, устойчивой кооперации для данного класса игр, получены решения этих проблем. В качестве иллюстрации теоретических результатов автором рассмотрены и решены прикладные задачи из области экологической экономики, динамики мнений и достижения консенсуса.

**Описание работы.** Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы.

Первая глава посвящена исследованию кооперативной динамической игры и существованию в ней сильной динамической устойчивости для  $S$ -ядра. В этом случае характеристическая функция меняется во времени, и соответственно,  $S$ -ядра кооперативной игры также будут меняться во времени. Находятся достаточные условия для сильной динамической устойчивости процедуры распределения дележа вдоль кооперативной траектории. Для этого сумма пошаговых выплат должна лежать в  $S$ -ядре разности характеристических функций в текущий и начальный моменты времени. Приводятся условия защиты от иррационального поведения, когда игроки могут выйти из кооперации. Наиболее интересный результат этой главы приведён в разделе 1.4, где предлагается модификация характеристической функции. Для этого происходит линейное преобразование характеристической функции, которая приводит к тому, что платежи в динамически устойчивой процедуре распределения дележа становятся неотрицательными. Находится явный вид значения Шепли и  $S$ -ядра для модифицированной характеристической функции и затем находятся условия для динамической устойчивости процедуры распределения дележа. Осуществляя трансформацию характеристической функции бесконечное число раз, находится предельная характеристическая функция. Исследованы ее свойства, супераддитивность и пр. Для нее также проводится традиционная схема исследования динамической устойчивости распределения кооперативного выигрыша. Полученные результаты иллюстрируются примером из линейно-квадратических игр.

Во второй главе рассматриваются динамические сетевые игры следующего вида. В начале игры игроки формируют связи друг с другом. Затем на каждом следующем шаге они могут разорвать связи и при этом получать некий доход от взаимодействия с другими игроками. Игра продолжается фиксированное число шагов. В конце игры, игроки получают суммарный выигрыш. Описание данной игры приведено в первой главе. В данной главе

рассмотрены двухшаговые игры, где на первом шаге определяется сеть, а на втором выбираются стратегии в играх с соседями. В силу конечности множества стратегий, равновесие в данной игре всегда существует. Рассматриваются кооперативные варианты данной игры, когда кооперация возможна при нахождении совместных стратегий и кооперация при формировании сети. В качестве решения используется вектор Шепли, тау-ядро и ES-ядро. Исследуется динамическая устойчивость распределения выигрыша. В качестве примеров таких игр рассмотрены модели распределения общественных благ и рыночной конкуренции. Рассмотрены сетевые игры с попарным взаимодействием. Предложена формализация на случай сетевой многошаговой игры. Детально рассмотрена игра с шоком, некоторым случайным эффектом, влияющим на структуру связей между игроками.

Третья глава посвящена моделям динамики мнений и достижению консенсуса. За основу берется модель Де Гроота с линейной динамикой мнений на основе репутаций агентов. Вначале исследуется предельное поведение мнений при существовании двух центров с большой репутацией. Затем рассматривается динамическая игра на процессе Де Гроота, когда на мнение агентов влияют игроки. Находится равновесие по Нэшу в такой динамической игре. Рассматривается кооперативный вариант этой задачи. Находится кооперативное решение в программных и позиционных стратегиях. Разобраны два конкретных графа связей для сети агентов из 10 агентов и двух игроков, а также сеть университетского клуба карате.

В четвертой главе рассматриваются задачи формирования игроками коммуникационного графа связей как игра в развернутой форме с полной информацией. В качестве решения кооперативных игр используются вектор Шепли, вектор Майерсона, АТ-решение и поощряющие центральность вектора Шепли и Майерсона, а в качестве решения самой динамической игры абсолютное равновесие по Нэшу, в случае не единственности которого используется индифферентное равновесие. Как иллюстрация решений разобрана игра с главным игроком, в которой формируется граф-звезда. Найдены условия, при выполнении которых игроки будут заинтересованы в установлении новых связей для рассматриваемых кооперативных решений. Решается проблема динамической устойчивости для кооперативных динамических игр с интервальными выигрышами.

В пятой главе рассматриваются динамические игры на деревьях событий. Каждый сценарий может произойти с известной вероятностью. Само распределение вероятностей сценариев известно игрокам. Зная эту информацию, игроки участвуют в динамической игре. В зависимости от профиля выбранных стратегий происходит движение по дереву и игроки получают выигрыши на каждом шаге. Вогнутость выигрышей гарантирует существование кооперативных и равновесного решений. Детально рассмотрена игра на бинарных деревьях.

**Замечания.** Работа выполнена на высоком научном уровне, стоит отметить ясную логику изложения. Тем не менее, к работе имеются следующие замечания:

1. Название работы носит слишком общий характер. Фактически динамическим сетевым играм посвящены вторая и четвертая глава, и в какой-то мере третья глава. Много

внимания уделено кооперативным динамическим играм и процедурам распределения выигрыша, а также динамическим играм на деревьях событий.

2. В разделе 1.1 первой главы приводится определение динамической сетевой игры, которое потом нигде не используется, а сама игра появляется во второй главе. Уместнее было бы привести это определение во второй главе.

3. Наиболее отвечающей названию работы является вторая глава. В ней формализуется динамическая сетевая игра. На первом шаге игроки формируют связи друг с другом и затем могут обрывать их. Хотя в реальности игроки могут и обрывать, но могут и образовывать новые связи. Это ограничивает применение данного подхода. Хотя такое ограничение и условия на функции выигрышей, которые упрощают вид характеристических функций, позволяют упростить исследование данной игры.

4. Во второй главе очень неудачно использовано обозначение (2.1) и потом оно повторяется в (2.2), (2.3), где индекс  $i$  входит и в сумму и в максимум.

5. Во второй главе функции выигрышей игроков зависят от окружения и персонально от того, с кем есть связь. Однако, далее в тексте эта персонификация опускается. Следует сказать про это.

6. В главе 3 кооперативный вариант выглядит искусственно. При кооперации игроки складывают свои выигрыши. Это имеет смысл в экономических задачах, а здесь естественно провести переговоры, чтобы прийти к консенсусу. То же самое можно сказать про процедуру распределения выигрыша и цену анархии. Неудачно выбран граф университетского клуба карате, который имеет другую смысловую нагрузку.

7. Во всех представленных моделях при нахождении кооперативного решения, в качестве общего выигрыша берется сумма выигрышей всех игроков. Это не всегда оправдано. Например в прикладных задачах обычно выигрыш игрока это прибыль минус затраты в квадратическом виде. Но если игроки объединяются в коалицию, их прибыль по-прежнему складывается, а общие затраты, вообще говоря, уменьшаются.

8. В работе ничего не говорится о сложности предложенных алгоритмов, и для нахождения равновесия в многочасовых сетевых играх, и для процедуры распределения дележа,

9. Есть грамматические ошибки, их немного.

Указанные замечания не влияют на общую высокую оценку диссертации и носят характер рекомендаций в дальнейших исследованиях. Результаты, полученные в диссертационной работе Седакова Артема Александровича, представляют научное достижение в теории динамических сетевых игр, в рамках которого получены оригинальные результаты в этой области.

Результаты диссертационной работы опубликованы в 22 статьях в высокорейтинговых международных и российских периодических изданиях (издания из списка ВАК РФ, а также периодические издания, индексируемые в международных наукометрических базах Scopus/Web of Science Core Collection). Отмечу, что результаты диссертационной работы

были представлены автором на научном семинаре Института прикладных математических исследований Карельского научного центра РАН в апреле 2020 года.

Диссертация Седакова Артема Александровича на тему: «Динамические сетевые игры» соответствует основным требованиям, установленным Приказом № 6821/1 от 01.09.2016 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете», предъявляемым к степени доктора наук, а ее автор, Седаков Артем Александрович, заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика. Пункт 11 указанного Порядка диссертантом не нарушен.

Член диссертационного совета,  
доктор физико-математических наук,  
профессор, директор Института  
прикладных математических исследований  
Карельского научного центра РАН

В. В. Мазалов

02.08.2020

