

ОТЗЫВ

члена диссертационного совета Прудникова Владимира Васильевича
на диссертационную работу Кудлиса Андрея на тему:
“Многочетлевой ренормгрупповой анализ критического поведения моделей с
различными симметриями”, представленную на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.04.02 – Теоретическая физика.

Актуальность. Проблема фазовых переходов второго рода и связанных с ними критических явлений является одной из наиболее интересных и актуальных задач статистической физики. Из ряда экспериментов известно, что по мере приближения к точке фазового перехода в веществе растут флуктуации некоторых термодинамических переменных. Эти флуктуации простираются на большие пространственные области и медленно затухают. Рост флуктуаций в системе сопровождается эффективным усилением их взаимодействия между собой, приводящим к тому, что любое слабое взаимодействие становится вблизи критической точки настолько сильным, что не позволяет применять теорию возмущений.

Введенный в теории критических явлений метод ренормгруппы и ϵ -разложения позволил объяснить их масштабную инвариантность и универсальность, а также получить несмотря на асимптотический характер рядов ϵ -разложения удовлетворительные численные оценки критических индексов реальных трехмерных систем. Последующие успехи, связанные с многочетлевыми расчетами в рамках теоретико-полевой ренормализационной группы, позволили осуществить анализ равновесного критического поведения различных статистических моделей в рекордно высоком шестичетлевом порядке ϵ -разложения, улучшив точность количественных оценок критических индексов и надежность качественных предсказаний теории. Однако существует ряд физических систем с нетривиальными симметриями и многокомпонентными параметрами порядка, для которых многочетлевой ренормгрупповой анализ оказывается важным для решения принципиальных вопросов о характере фазового перехода и реализуемого типа устойчивого критического поведения для фазовых переходов второго рода.

Целью диссертационной работы Кудлиса А. является актуальная задача по дальнейшему развитию теории критических явлений на основе применения методов теоретико-полевой ренормализационной группы к описанию критических свойств моделей с нетривиальными симметриями, описывающих широкий набор реальных физических систем. В работе предлагается применение метода псевдо- ϵ -разложения к расчету в рекордно высоком шестичетлевом порядке критических индексов и других универсальных величин для данных систем. С учетом того, что применение техники псевдо- ϵ -разложения позволяет улучшать сходимость рядов и сглаживать колебания численных оценок при изменении порядка приближения, выбранный метод оказывается надежным для получения достоверных численных результатов для сложных трехмерных систем. Выбранная тема исследований, круг рассматриваемых систем и методика расчета безусловно являются актуальными и представляют значительный интерес для широкого круга исследователей в области теории фазовых переходов.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, 6 глав, заключения, 3-х приложений и списка литературы, содержащего 324 наименования. Работа изложена на 212 страницах.

В первой главе дано краткое описание основных понятий и представлений в ренормгрупповом подходе в теории критических явлений.

Следующие главы посвящены оригинальным методическим и расчетным результатам, полученными автором диссертации.

Во второй главе представлен ренормгрупповой анализ критического поведения n -векторной модели с кубической анизотропией, проведенный в шестипетлевом приближении. В первой части главы в рамках схемы минимальных вычитаний и метода ε -разложения получены выражения для граничной размерности параметра порядка n_c , а также для ряда критических индексов кубического класса универсальности. Полученные ряды ε -разложения были пересуммированы методами аппроксимант Паде и Паде-Бореля-Лероя. На основе полученных численных значений для данных величин установлено, что шестипетлевые вклады лишь незначительно сдвигают оценки, полученные в пятипетлевом приближении, однако их учет позволяет значительно уменьшить величины ожидаемых погрешностей. Результаты подтверждают вывод о том, что реальные кубические ферромагнетики относятся к кубическому классу универсальности, а их критическое поведение описывается критическими индексами, отличными от индексов изотропной модели Гейзенберга. В то же время значения критических индексов трехмерной кубической модели и модели Гейзенберга оказываются настолько близкими друг к другу, что делает экспериментальную идентификацию типа критического поведения кубических ферромагнетиков на основе только измерения критических индексов невыполнимой.

Во второй части главы проанализировано поведение нелинейной восприимчивости кубических ферромагнетиков вблизи критической точки с использованием метода псевдо- ε -разложения. Для n -векторной кубической модели были вычислены значения координат кубической фиксированной точки, а также приведенного параметра анизотропии при произвольном значении числа компонент параметра порядка n в шестипетлевом приближении. Для $n=3$ к рядам псевдо- ε -разложения для пересуммирования был применен метод аппроксимант Паде и вычислено значение параметра анизотропии, которое оказалось в 1.5 раза больше полученного ранее в рамках трехмерного ренормгруппового анализа. Данное увеличенное значение параметра анизотропии позволяет уже обнаружить анизотропный режим критического поведения кубических ферромагнетиков в физических и компьютерных экспериментах.

Третья глава посвящена ренормгрупповому описанию критического поведения трехмерной слабонеупорядоченной модели Изинга с использованием схемы минимальных вычитаний и применения метода ε -разложения в шестипетлевом приближении. По причине неблагоприятной структуры традиционных для данной модели $\sqrt{\varepsilon}$ -рядов, для получения приемлемых значений критических индексов было осуществлено пересуммирование исходных ренормгрупповых разложений при фиксированной размерности $D=3$. Полученные результаты в отличие от $\sqrt{\varepsilon}$ -разложений оказались в достаточно хорошем согласии с численными оценками, полученными экспериментально и методами компьютерного моделирования.

В четвертой главе представлены результаты ренормгруппового анализа критического поведения спиновых систем с неколлинеарным и некомпланарным упорядочением на основе применения киральной модели с $O(n) \times O(m)$ -симметрией. С использованием схемы минимальных вычитаний и метода ε -разложения, реализованной в шестипетлевом приближении, построена диаграмма устойчивости нетривиальных фиксированных точек уравнений ренормгруппы в координатах (m, n) с применением различных способов пересуммирования. Найдены численные оценки критических индексов кирального класса универсальности для нескольких пар значений $\{m, n\}$. Проведено их сравнение с результатами, полученными ранее в рамках более низких приближений, а также при помощи других теоретических методов и экспериментально. Подтверждено, что в физически интересных случаях с $n=2, m=2$ и $n=2, m=3$ фазовые переходы в киральную фазу реализуются как переходы первого рода, а изучение собственно кирального класса универсальности критического поведения становится актуальным лишь для значений n , больших шести. Для кирального класса универсальности при

$n \geq 6$ были получены выражения критических индексов в шестипетлевом ε -разложении и найдены соответствующие численные оценки.

В пятой главе осуществлены численные оценки критических индексов для моделей с дробными размерностями пространства $2 < D < 4$ и проведено их сравнение с результатами, которые были получены при помощи метода конформного бутстрапа. За основу были взяты шестипетлевые ε -разложения для изинговского класса универсальности с применением техники борелевского суммирования. Показано, что в диапазоне размерностей $2 < D < 3$ значения критических индексов, вычисленные при помощи этих двух методов, систематически отличаются друг от друга. Данный факт в очередной раз ставит под сомнение возможность применения метода ε -разложения в случае $D=2$. Поиск причин разногласий между результатами, получаемыми при помощи пертурбативных и непертурбативных подходов, является серьезной проблемой теории поля, разрешение которой могло бы пролить свет на структуру и область применимости пертурбативных разложений.

В шестой главе реализовано изучение зависимости численных значений для универсальных отношений эффективных констант связи от типа применяемого теоретико-полевого метода, порядка приближений и методов пересуммирования. Для обобщенной модели Гейзенберга были получены четырех- и трехпетлевые разложения высших констант связи g_8 и g_{10} , соответственно; для модели Изинга были получены пятипетлевые псевдо- ε -разложения для универсальных значений констант связи g_6 , g_8 и g_{10} . В обоих случаях, для получения численных оценок универсальных отношений R_{2k} были применены различные процедуры пересуммирования расходящихся рядов. Полученные численные результаты для отношений R_6 и R_8 хорошо согласуются со своими аналогами, найденными при помощи решеточных расчетов и других теоретико-полевых методов. Однако, в случае обобщенной модели Гейзенберга не удалось получить сколько-нибудь надежных оценок для отношения R_{10} из-за крайне неблагоприятной структуры ренормгрупповых и τ -рядов в трехпетлевом приближении. Предполагается, что учет более высоких порядков теории для g_{10} и соответствующего универсального отношения R_{10} может способствовать нахождению более устойчивых численных результатов.

Заключение посвящено подведению итогов проведенных исследований и выделению основных результатов диссертации.

Методические особенности диссертационного исследования Кудлиса А. заключаются:

- 1) использование различных ренормгрупповых подходов, среди которых метод ε -разложения, техника в пространстве с фиксированной размерностью и метод псевдо- ε -разложения.
- 2) применение к рядам теории в высоких порядках приближения разнообразных методов пересуммирования асимптотических рядов для получения надежных численных оценок для критических индексов, эффективных констант связи и других величин, интересных с физической точки зрения, а именно, техники аппроксимант Паде, преобразования Бореля и Бореля-Лероя, конформного Паде-Бореля. Данные методы доказали свою высокую эффективность при получении высокоточных численных оценок универсальных физических величин в теории критических явлений.

Новизна физических результатов, полученных в диссертации, заключается:

- 1) на основе анализа критической термодинамики n -векторной модели с кубической анизотропией при помощи метода ε -разложения и в рамках техники ренормгруппы в пространстве физической размерности выявлено, что численная оценка граничной размерности параметра порядка n_c , найденная в рамках рекордно высокого шестипетлевого приближения, остается ниже физического значения $n=3$. Данный факт

позволяет заключить, что в реальных кубических ферромагнетиках должен наблюдаться анизотропный сценарий критического поведения.

2) ренормгрупповое описание критического поведения трехмерной слабонеупорядоченной модели Изинга с использованием схемы минимальных вычитаний и применения метода ε -разложения в шестипетлевом приближении выявило неблагоприятную структуру традиционных для данной модели $\sqrt{\varepsilon}$ -рядов. Для получения приемлемых значений критических индексов было осуществлено пересуммирование исходных ренормгрупповых разложений при фиксированной размерности $D=3$. Полученные результаты в отличие от $\sqrt{\varepsilon}$ -разложений оказались в достаточно хорошем согласии с численными оценками, полученными экспериментально и методами компьютерного моделирования.

3) анализ критического поведения киральной модели в шестипетлевом ε -приближении позволил вычислить граничные значения размерности параметра порядка, которые определяют род фазового перехода и тип критического поведения. Показано, что переходы в киральные фазы слоистых треугольных антиферромагнетиков, геликоидальных магнетиков и других систем, описываемых данной моделью, должны быть переходами первого рода.

4) критические индексы, рассчитанные для дробноразмерной модели Изинга с $2 < D < 4$ в шестипетлевом приближении с использованием метода ε -разложения, сопоставлены с результатами применения метода конформного бутстрапа. Выявленный систематический разброс между результатами этих подходов оставляет много вопросов и заслуживает дальнейшего изучения.

5) для обобщенной модели Гейзенберга и модели Изинга осуществлены расчеты высших эффективных констант связи и их универсальных отношений в многопетлевом приближении с использованием метода псевдо- ε -разложения. Для универсальных отношений шестого и восьмого порядков получены надежные численные результаты, тогда как крайне неблагоприятная структура рядов для универсального отношения десятого порядка не позволила прийти к приемлемым оценкам данной величины.

Научно-практическая значимость. В диссертации при помощи различных теоретико-полевых методов исследовано критическое поведение ряда статистических моделей с различными симметриями, описывающих фазовые переходы в обширном классе физических систем. Осуществлено вычисление в рекордно высоких приближениях количественных универсальных характеристик, таких как критические индексы, отношения высших констант связи, граничные размерности параметра порядка и т. п., на основе которых сделаны выводы о качественных аспектах поведения систем, претерпевающих фазовые переходы в условиях сильных критических флуктуаций. Выполненные расчеты позволили заметно улучшить численные оценки, полученные ранее в рамках более низких приближений, что в свою очередь привело к лучшему согласию с результатами, найденными другими ренормгрупповыми методами, методами компьютерного моделирования и измеренными экспериментально.

Достоверность результатов диссертации подтверждается использованием современных хорошо апробированных теоретико-полевых ренормгрупповых методов и различных методов пересуммирования рядов разложения, согласием полученных универсальных характеристик критического поведения с известными экспериментальными и теоретическими данными. Результаты работы неоднократно докладывались на международных и российских конференциях и семинарах. Важно отметить, что по результатам диссертации опубликовано 7 статей в ведущих физических рецензируемых журналах.

Степень обоснованности научных положений и выводов. Из текста диссертации видно, что в положениях и выводах, выносимых на защиту, автор опирается на результаты исследований, выполненных им самостоятельно на высоком методическом и расчетном

уровнях. Положения и выводы не только обоснованы, но и дают наглядное представление обо всей работе в целом.

Замечания по диссертации:

- 1). Первая обзорная глава, содержащая две с небольшим страницы, могла бы быть более объемной и содержательной или отсутствовать совсем с переносом изложенного в ней материала в следующую оригинальную главу в виде параграфа.
- 2). Текст на стр. 94-95 4 главы диссертации, приводимый после соотношений (121) - (122), дословно вместе с соотношениями (123) – (125) совпадает с текстом и соотношениями (14) – (16) 2 главы на стр. 27-28. Надо было перефразировать текст и дать ссылки на соотношения (14) – (16).
- 3). В диссертации неоднократно приводятся одинаковые соотношения для критических индексов, выраженные через γ – функции, а именно (22), (78), (123), а также идентичные друг с другом соотношения для матрицы устойчивости (27), (77), (135).

Указанные замечания не влияют на положительную оценку рецензируемой работы, в которой автор получил оригинальные результаты по теории критического поведения важных статистических моделей.

Считаю, что диссертационная работа на тему “Многочетлевой ренормгрупповой анализ критического поведения моделей с различными симметриями” соответствует основным требованиям, установленным Приказом от 01.09.2016 № 6821/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете», требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук, а ее автор – Кудлис Андрей, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 – Теоретическая физика. Пункт 11 указанного Порядка диссертантом не нарушен.

Член диссертационного совета,
заведующий кафедрой теоретической физики
ФГБОУ ВО «Омский государственный
университет им. Ф.М. Достоевского»,
доктор физико-математических наук,
профессор

Прудников Владимир Васильевич

Дата 18, 08, 2020

Адрес организации: 644077, Россия, г. Омск, ФГБОУ ВПО «Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского», кафедра теоретической физики, пр.Мира 55а, www.omsk.ru, E-mail: prudnikov@univer.omsk.su, Тел. +7 (3812) 63-04-45, факс: 8 3812 642 700.

Подпись д.ф.-м.н., проф., заведующего кафедрой теор. физики Омского государственного университета им. Ф.М. Достоевского Прудникова В.В. удостоверяю.

Ученый секретарь Ученого совета
Омского государственного университета
им. Ф.М. Достоевского

Дата 18.08.2020



Рогалева О.С.