



ÚSTAV FYZIKÁLNYCH VIED

ÚFV PF UPJS, Park Angelinum 9, 041 54 Košice  
tel.: +421 (055) 234 6101, fax: +421 (055) 622 21 24, IČO: 00397768  
e-mail: ufv@upjs.sk, <http://www.science.upjs.sk>

ОТЗЫВ

члена диссертационного совета на диссертацию Кудлиса Андрея на тему:  
**«Многопетлевой ренормгрупповой анализ критического поведения моделей с различными симметриями»**, представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 — Теоретическая физика.

Диссертация Кудлиса Андрея посвящена исследованию критического поведения широкого спектра физических систем. Для этого при помощи методов ренормализационной группы в рекордно высоких порядках теории возмущений совместно с другими исследователями был выполнен анализ ряда статических моделей в теоретико-полевой формулировке. Помимо расчета чисто количественных характеристик, среди которых критические индексы различных классов универсальности, граничные размерности параметров порядка, универсальные отношения амплитуд, во многих случаях также был сделан вывод относительно качественных черт критического поведения, включая предсказание рода фазового перехода, а также типа критического поведения в том случае, если переход оказывался непрерывным.

Вычисления многопетлевых диаграмм Феймана исследуемых теоретико-полевых моделей являются чрезвычайно сложными и громоздкими, что, в свою очередь, требует привлечение огромных вычислительных ресурсов и высокоэффективных техник для аналитических расчетов. По этой причине почти три десятилетия, начиная с конца восьмидесятых начала девяностых годов прошлого века, в данной области не наблюдалось серьезных подвижек. Ситуация резко изменилась с появлением в 2017 году прорывного шестипетлевого расчета  $O(n)$ -симметричной теории поля, выполненного при помощи техники интегрирования гиперлогалифмов (Kompaniets M. V., Panzer E. Phys. Rev. D. 96 2017 036016), в силу чего вопрос реализации части из представленных в диссертации задач, связанных с анализом моделей с различными типами упорядочения в таком же высоком пертурбативном приближении, стал особенно актуальным. Более того, как показывает практика применения ренормгруппового подхода, численные оценки некоторых ключевых параметров полевых моделей ощутимо зависят от порядка теории возмущений и выходят на асимптотические значения лишь в достаточно высоком количестве петель.

Диссертационная работа Андрея Кудлиса состоит из одной вводной и пяти тематических глав, каждая из которых соответствует одному из положений, выносимых

на защиту. Завершается работа общим заключением, тремя приложениями и обширным списком цитируемых работ.

**Вторая глава** посвящена анализу обобщенной модели Гейзенберга с кубической анизотропией. Наиболее важным здесь оказался вопрос определения устойчивого режима критического поведения, реализуемого в реальных кубических ферромагнетиках. Для этого в шестипетлевом приближении было получено разложение граничной размерности параметра порядка, пересуммирование которого позволило убедиться в устойчивости анизотропного режима критического поведения кубических ферромагнетиков. Стоит отметить, что кубическая модель это как раз тот случай, когда поиск РГ разложений в высоких петлях является особенно необходимым, что обосновано осциллирующим поведением численной оценки критической размерности спина с ростом порядка приближения. Более того, при помощи техники псевдо- $\epsilon$ -разложения был выполнен расчет анизотропии магнитной восприимчивости, численное значение которой также свидетельствует об экспериментальной возможности наблюдения анизотропного режима критического поведения в реальных кубических ферромагнетиках.

В **третьей главе** был реализован анализ критического поведения слабо примесной модели Изинга. Основная сложность здесь заключается в том, что уравнения на координаты фиксированной точки в низшем порядке оказываются вырожденными, что не позволяет прибегнуть к поиску стандартных для данного формализма разложений по  $\epsilon$ . Показано, что пересуммирование так называемых корень-из- $\epsilon$ -разложений, даже в столь высоком -- шестипетлевом -- приближении не позволяет получить сколь угодно надежных значений критических индексов. Чтобы решить данную проблему, в диссертации был применен альтернативный метод извлечения численных оценок критических индексов. Для этого исходные РГ ряды были обработаны прямо для случая трехмерного пространства. Полученные значения критических индексов оказались в хорошем согласии с числами, найденными при помощи альтернативных РГ подходов, решеточных расчетов, а также физических экспериментов.

В **четвертой главе** детально анализируется критическое поведение киральной модели, описывающей фазовые переходы во фрустрированных магнетиках с неколлинеарным и некомпланарным упорядочением. Помимо численных оценок критических индексов различных классов универсальности и граничных размерностей параметра порядка, представлен вывод о том, что в случае физически интересных значений размерности спина, система будет претерпевать фазовый переход первого рода, что ставит крест на присутствии какой-либо универсальности критического поведения в системах, описываемых данной моделью.

**Пятая глава** диссертации посвящена сравнительному анализу значений критических индексов для дробномерных моделей Изинга, полученных автором вместе с другими исследователями при помощи пересуммирования известных шестипетлевых  $\epsilon$ -разложений, с числами, которые были найдены в рамках техники конформного бутстрапа. Результаты оказались весьма противоречивыми. Систематические расхождения в ответах, полученных этими двумя способами, ставят под большим вопросом возможность применимости метода  $\epsilon$ -разложения в область низких размерностей. Авторы отмечают, что вопрос определения источника таких расхождений остается открытым.

В **последней главе** произведен анализ высших эффективных констант связи и их универсальных отношений для обобщенной модели Гейзенберга при помощи различных РГ методов. В ряде случаев на основе полученных РГ рядов в пространстве физической размерности автору удалось существенно улучшить численные оценки данных характеристик.

Все задачи, сформулированные в диссертации, ставились впервые и несомненно обладают научной **новизной**. Помимо фундаментальной ценности, заключающейся в дальнейшем анализе эффективности различных методов ренормализационной группы применительно к критическим явлениям, работа, несомненно, имеет **практическую ценность**, которая состоит в огромном массиве извлеченной информации о численных значениях универсальных параметров критического поведения. Данные результаты позволили значительно улучшить точность существовавших ранее оценок упомянутых выше характеристик, а также выполнить сравнительный анализ с наиболее продвинутыми числами, полученными на сегодняшний день при помощи других методов. Очевидно, что объем вычислений, проделанных в диссертации, не мог бы быть выполнен без написания различных программных пакетов, необходимых для автоматизации расчетов такого сорта. В частности, различные процедуры пересуммирования, а также стратегии определения соответствующих параметров пересуммирования, реализованных в виде программного кода, могли бы быть крайне полезными при обработке расходящихся рядов других теоретико-полевых моделей.

**Достоверность** результатов, полученных в диссертации, определяется двумя основными факторами. Во-первых, для ряда проблем автор для определения численных значений различных физических величин прибегнул сразу к нескольким альтернативным ренормгрупповым подходам. Во-вторых, во всех задачах представлен сравнительный анализ полученных в диссертации результатов с теми, которые были найдены при помощи других теоретических методов, а также в рамках физических и машинных экспериментов. Кроме того все результаты автор лично докладывал на нескольких международных конференциях и они были опубликованы в высоко рейтинговых международных журналах.

Работа Андрея не вызывает у меня сколько-нибудь серьезных замечаний, за исключением следующих.

- Для пересуммирования в диссертации используются три различные техники, однако известны и другие методы. Хотелось бы увидеть результаты, которые были бы извлечены с их помощью, возможно, это помогло бы достигнуть лучшей сходимости в численных оценках. Например, нахождение критической размерности параметра порядка с помощью решения РГ уравнений Гелл-Манна-Лоу для инвариантных зарядов с пересуммированными бета функциями.
- В диссертации часто используется знание асимптотического поведения того или иного ряда. Данный момент является одним из ключевых для работы, поэтому на нем, как мне кажется, можно было бы остановиться немного подробнее.
- В конце стр. 17 употребляется весьма расплывчатое утверждение, что «... классическая теория поля эквивалентна эвклидовой квантовой теории поля ...». Что автор имел в виду?
- Общее замечание касается четкого определения некоторых величин в подходящем месте работы хотя при дальнейшем чтении читатель может догадаться, что автор имел в виду. Напр. в выражении (4) не определена величина  $Z$ . На стр. 36 не определен параметр  $b$ . Некомпактно определены критические размерности параметра порядка в киральной модели.
- Есть разные, немногочисленные опечатки, но они никак не искажают смысл отдельных предложений.

Подчеркну, что указанные выше замечания не касаются основных результатов диссертации и не снижают, в целом, очень высокой оценки проделанной автором работы.

Диссертация **Кудлиса Андрея** на тему: «**Многопетлевой ренормгрупповой анализ критического поведения моделей с различными симметриями**» соответствует основным требованиям, установленным Приказом от 01.09.2016 № 6821/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете», соискатель Кудлис Андрей заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 — Теоретическая физика. Пункт 11 указанного Порядка диссертантом не нарушен.

Член диссертационного совета  
Д.ф.-м.н., профессор,  
Профессор Факультета естествознания  
Университета П.Й. Шафарика  
в Кошице, Словакия



Гнатич Михал

12.09.2020