

## ОТЗЫВ

члена диссертационного совета на диссертацию Пахтеева Артема Игоревича на тему: «Статистическое моделирование рекордов и экстремальных величин», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 — Теория вероятностей и математическая статистика.

Статистическое моделирование является важным направлением математики, имеющим широчайшее применение в различных областях науки и техники. Оно связано с идеей использования компьютеров для воспроизведения функционирования вероятностных моделей различных объектов и систем любой сложности. Вычленив существенные части рассматриваемого процесса, исследователь может работать с соответствующей моделью не проводя обычных экспериментов. А выводы при этом окажутся теми же, что и по результатам экспериментов (при условии, конечно, что модель правильная).

Важной частью процесса моделирования на компьютере является получение реализаций достаточно длинных последовательностей независимых одинаково распределенных случайных величин (н.о.р.с.в.) с заданными распределениями. С математической точки зрения следует найти преобразование равномерного распределения в нужное, т.к. алгоритмы построения н.о.р.с.в. с равномерным на  $[0,1]$  распределением известны и реализованы в программах или физических датчиках случайных чисел. Разумеется после построения нужной последовательности следует с помощью статистических тестов проверить ее качество. Построение новых качественных и быстрых алгоритмов получения реализаций н.о.р.с.в. (генерирования случайных величин) и их реализация в виде программ представляют существенный интерес.

Настоящая диссертация посвящена статистическому моделированию рекордов и экстремальных величин. Кроме того, в ней исследовано асимптотическое поведение спейсингов дискретных рекордов. Здесь следует добавить, что теория рекордов является важной частью теории вероятностей, и получение новых результатов о свойствах рекордов также представляют существенный интерес.

Диссертация состоит из 5 глав, заключения, списка литературы и программных кодов генерации последовательностей н.о.р.с.в. с рассматриваемыми распределениями. 1-я глава - введение, в котором кратко описаны результаты работы, а 2-я глава содержит известные сведения из теории рекордов и описание методов генерации случайных величин.

Опишем результаты работы, содержащиеся в главах 3-5.

В главе 3 приведены методы генерирования рекордов в случаях гамма-распределения и стандартного нормального распределения. С помощью критерия хи-квадрат проверено качество моделирования. В случае нормального закона автор сравнивает свои алгоритмы с алгоритмами, предложенными ранее. Здесь сравниваются возможности получения длинных последовательностей и время работы. Затем, автор переходит к алгоритму генерирования рекордных моментов. В заключение главы рассмотрен алгоритм генерирования нормальных максимумов.

В главе 4 получены предельные (в смысле слабой сходимости, сходимости по вероятности и сходимости почти наверное) теоремы для спейсингов дискретных рекордов.

Глава 5 посвящена алгоритмам генерации дискретных рекордов с примерами.

Полученные результаты новы и представляют интерес, на мой взгляд, пока теоретический. Вместе с тем, дальнейшие исследования имеют большие шансы выйти в практическую область, если провести всесторонний статистический анализ получаемых с помощью алгоритмов автора последовательностей. Отмечу также, что диссертация в целом хорошо написана.

По диссертации можно сделать следующие замечания.

1) По теме диссертации имеется 7 публикаций, 5 из которых написаны совместно с руководителем. Если вклад диссертанта пропорционален числу участников, то этого вполне достаточно для защиты.



2) Для построения алгоритмов моделирования рекордов используются метод условных распределений для случайных векторов и метод исключения для условных распределений компонент, давно описанные в литературе (см., например, Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Статистическое моделирование. М. Наука, 1982, стр. 24 и 37.). У автора они называются рекурсивным методом и методом выборки с отклонениями соответственно. Таким образом, построение алгоритмов является во многом технической задачей (например, для алгоритма 3.1.2 она проста). Конечно, оптимальный выбор мажорирующей функции может быть сложным. Но ведь можно взять и неоптимальную. Алгоритм будет работать дольше, но на небольших выборках это не существенно.

Для проверки качества генерирования гамма и нормальных рекордов автор использует 10 рекордов (стр. 38 и 50 диссертации). В то же время автор говорит о генерации последовательностей в миллиарды рекордов. Да, по приведенным алгоритмам компьютер может такие последовательности генерировать. Но откуда уверенность в том, что это то, что нужно? Статистические тесты на больших выборках не проводились, насколько я понимаю. Кроме того, в этом случае неплохо было бы указать в тексте период последовательности псевдослучайных чисел, из которых строится последовательность рекордов.

Т.е. автором предъявлены хорошие по построению алгоритмы и нужно провести их всесторонний статистический анализ на больших выборках перед их практическим применением. Поэтому эти алгоритмы представляют пока теоретический интерес.

3) Для проверки качества генерирования гамма и нормальных рекордов автор использует критерий хи-квадрат. В случае непрерывных распределений критерии Колмогорова или омега-квадрат, возможно, уместнее.

4) Статистический анализ генерации рекордных моментов и нормальных максимумов отсутствует.

5) Укажем также на ряд небольших неточностей в тексте.

Стр. 27. Для доказательства Замечания 3.1.1 не нужны свойства  $X(n)$ . Это замечание - утверждение о свойствах некоторой функции.

Стр. 32, доказательство Замечания 3.1.2. Здесь свойства рекордов также не нужны.

Стр. 47. Строки 7-9 в тексте не нужны.

Стр. 57,  $L(730) = \dots$ . В тексте приводится выражение примерно с 50-ю знаками после запятой, а потом оно умножается на  $10^{307}$ . Такая запись формально означает, что примерно 250 последних знаков - нули, что, конечно, сомнительно. Полагаю, что автор имел в виду, что можно выписать все реальные знаки, но это никакой информации читателю не даст. Аналогично с индексами на стр. 61.

Стр. 65. Мне кажется, что утверждение 4.2.1 очевидно и не нуждается в доказательстве.

Диссертация Пахтеева Артема Игоревича на тему: «Статистическое моделирование рекордов и экстремальных величин» соответствует основным требованиям, установленным Приказом от 01.09.2016 № 6821/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете», соискатель Пахтеев Артем Игоревич заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 — Теория вероятностей и математическая статистика. Пункт 11 указанного Порядка диссертантом не нарушен.

Член диссертационного совета  
Доктор физ.-мат. наук, доцент,  
профессор, СПбГУ

 Фролов.А.Н.

14.09.2020г.