

ОТЗЫВ

члена диссертационного совета на диссертацию Белькова Игоря Владимировича на тему: «Распределения суммарного числа верхних и нижних рекордных величин в нестандартных ситуациях», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 — Теория вероятностей и математическая статистика.

Математическая теория рекордов представляет собой неотъемлемую и значимую часть теории вероятностей и математической статистики, а также играет важную роль в их различных применениях. К настоящему времени имеются сотни работ по данной тематике. Получение новых результатов в данной области представляет существенный интерес.

Настоящая диссертация посвящена исследованию свойств распределений функций от верхних и нижних рекордных величин в тех случаях, когда исходные случайные величины (те, по которым строятся рекорды) независимы и могут иметь неодинаковые распределения.

В 1-й главе найдены численные оценки сверху и снизу среднего числа рекордов (нижних и верхних вместе взятых) для трех, четырех, пяти и шести независимых случайных величин (н.с.в.) с двумя непрерывными функциями распределения (ф.р.). Эти оценки не являются точными, и автор анализирует их точность на примере пяти н.с.в. со специально выбранными ф.р. Затем обсуждается выбор места включения одной загрязняющей случайной величины в набор независимых одинаково распределенных случайных величин, приводящий к максимизации среднего числа рекордов. Приводятся численные значения для трех и четырех случайных величин, а также затрагивается случай F-альфа схемы.

Во 2-й главе получены оценки среднего числа строгих и нестрогих рекордов для трех геометрических н.с.в. с различными параметрами. Затем автор переходит к рекордам выборочных размахов, построенных по последовательности н.с.в. с общей ф.р., являющейся смесью двух экспоненциальных распределений на положительной и отрицательной полуосях (смесь с равными весами соответствует распределению Лапласа). В этом случае оказывается, что вектор рекордных размахов имеет такое же распределение, как вектор сумм н.с.в. со стандартным экспоненциальным распределением. Автор приводит формулу для среднего числа рекордных размахов в этом случае. Затем он переходит к смесям геометрических распределений, являющихся в определенном смысле дискретным аналогом экспоненциальных. Здесь описаны свойства вектора рекордных размахов. В обоих случаях эти свойства характеризуют смеси соответствующих распределений (экспоненциальных и геометрических).

В 3-ей главе описаны процедуры, максимизирующие математические ожидания сумм верхних (отдельно), нижних (отдельно) и всех (верхних и нижних вместе) рекордных значений, за счет выбора начальной точки отсчета. Схема этих процедур такова. С помощью некоторой системы уравнений формируется последовательность пороговых значений (чисел) по количеству элементов в рассматриваемом наборе н.с.в. Сравнивая последовательно случайные величины с соответствующими пороговыми значениями, отбрасывают какое-то число первых случайных величин, а затем имеют дело с соответствующими функционалами от рекордов в таком сокращенном наборе.

Результаты работы новы и представляют несомненный интерес для специалистов в области теории рекордов, теории вероятностей и математической статистики.

По работе можно сделать следующие замечания.

1) Работа плохо структурирована. Во всех главах отсутствует разбиение на параграфы. В диссертации нет ни одной теоремы автора, есть 2 леммы в 3-ей главе, 4 утверждения и 5 представлений (из них 2 принадлежат автору) во 2-ой главе. Фактически, идет сплошной

текст и читатель сам должен разбираться, что считать результатами работы. Прочитав заголовки глав, невозможно понять, о чем диссертация.

2) Введение написано, на мой взгляд, неудачно. Какое отношение к актуальности темы имеют примеры на стр. 3 и определения на стр. 4? И если в актуальности упомянут Чендлер, то почему не упомянуты другие крупные специалисты? Они, конечно, есть на стр. 5. Но почему в самом начале не написано, что есть сотни работ и среди авторов такие-то? Разве это не подчеркивает актуальность? Не ясно, зачем на стр. 10 неравенство из [11] написано с ненужным индексом $k=1,2,\dots,m$. Далее на стр. 18 оно написано так, как у автора. Во введении используются обороты "пусть существуют случайные величины" (стр. 9 и 15) или "пусть существует набор (массив)" случайных величин (стр. 9 и 12). Существование последовательности н.с.в. доказано в общем курсе теории вероятностей.

3) Из текста работы я не смог понять, каков личный вклад автора. В списке работ по теме диссертации из 6 работ 4 работы написаны с одним соавтором (проф. В.Б.Невзоровым), а одна с двумя соавторами (профессорами В.Б.Невзоровым и Ахсалуннахом). Т.к. это имеет существенное значение для защиты, я запросил ответ у проф. В.Б.Невзорова, и он сообщил, что вклад диссертанта как минимум пропорционален числу соавторов в каждой статье. Этого, на мой взгляд, достаточно для кандидатской диссертации.

4) Укажем также следующие неточности по тексту:
стр. 15, 5-я с. снизу. Написано: Если независимые одинаково распределенные случайные величины ... имеют общую функцию распределения
стр. 18, с 11-12 снизу. Не ясно, что значит ф.р. связаны со случайными величинами.
стр. 19. Мне кажется, что две нижние строки и строки 11-14 снизу об одном и том же.
стр. 27, определение $G(x)$ не совсем понятно. И не проще ли было в этом месте написать, что $F(x)$ и $G(x)$ - функции равномерного распределения на каких-то объединениях непересекающихся интервалов?
стр. 28., последний абзац. Написано: В пределе получаем... В пределе по какому параметру? И что такое предельное распределение для пяти величин на стр. 29 и далее для шести.
стр. 37, утверждение 2.1. Видимо имеется в виду, что соответствующие мат. ожидания стремятся к указанным числам, а не равны им.
стр. 39, Представление 2.3. Пропущено слово "случайные " перед словом "величины".
стр. 40. Три строки начинаются с многоточия.
стр. 41, 1-я строка. Не ясно, о какой теореме идет речь.
стр. 46, Представление 2.5. Не ясно, о какой задаче идет речь.
стр. 47, В предложении перед утверждением 2.4 говорится о задаче, но дальше задачи нет.
стр. 57. Последняя фраза перед таблицей 3.2 не нужна, т.к. x_n определены внизу стр. 56.
стр. 64, 5-я снизу с. Видимо следует читать "задачу из [62]", а не "задачу [62]".

Диссертация Белькова Игоря Владимировича на тему: «Распределения суммарного числа верхних и нижних рекордных величин в нестандартных ситуациях» соответствует основным требованиям, установленным Приказом от 01.09.2016 № 6821/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете». соискатель Бельков Игорь Владимирович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 — Теория вероятностей и математическая статистика. Пункт 11 указанного Порядка диссертантом не нарушен.

Член диссертационного совета
доктор физ.-мат. наук, доцент,
профессор, СПбГУ
14.09.2020г.

Фролов А.Н.