

## ОТЗЫВ

члена диссертационного совета на диссертацию Кудлиса Андрея на тему: «Многочастичной ренормгрупповой анализ критического поведения моделей с различными симметриями», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 — Теоретическая физика.

Анализ поведения многочастичных систем со взаимодействием является основным направлением теоретической физики. Одним из уже традиционных методов исследования таких систем является метод ренормализационной группы (РГ), возникший при попытке описания фазовых переходов в твердых телах и получивший дальнейшее развитие в физике высоких энергий. Окрестность фазового перехода второго рода демонстрирует экспериментально наблюдаемую универсальность поведения, т.е. зависимость только от главных симметрий и числа степеней свободы в теоретико-полевым описании системы. В окрестности перехода также обнаруживается т.н. скейлинговое поведение, когда наблюдаемые величины и восприимчивости степенным образом зависят от параметра близости к критической точке. Показатели степени, или критические индексы, оказывается, можно вычислить теоретически в рамках метода РГ. Это вычисление не является простой процедурой, поскольку опирается на двухступенчатый анализ. Сначала в рамках теории возмущений находятся поправки к действию, на основе которых делаются предсказания о поведении наблюдаемых. На этом этапе получаются первые члены обычно формально расходящихся рядов. Затем возникает задача о суммировании таких рядов и нахождении итогового значения искомых индексов и, тем самым, описания критического поведения. В представленной диссертации, в основном, решается задача второго этапа на основе поправок, частично известных ранее. При этом получаются новые значимые результаты и интересные качественные выводы. Подобное исследование имеет фундаментальное значение и представляет очевидный практический интерес с точки зрения возможных приложений. Поэтому можно сказать, что **актуальность** диссертации А. Кудлиса не вызывает сомнений.

**Основные результаты** диссертации состоят в теоретическом исследовании критического поведения ряда моделей с многокомпонентным параметром порядка, уточнении ряда количественных характеристик таких систем, а также в демонстрации вычислительной эффективности различных вариантов метода теоретико-полевой ренормгруппы. Этим определяется **научная новизна** работы.

В частности, в первой главе диссертации вводятся базовые понятия ренормгруппового подхода в теории критического поведения. Во второй главе рассматривается  $n$ -векторная модель с кубической анизотропией. Дается исторический обзор, формулируются модель и процедура перенормировки, приводятся шестипетлевые разложения для РГ функций, и критических индексов. Описывается процедура пересуммирования рядов, объясняется принцип оценки погрешности полученных результатов и использование для этого известных скейлинговых соотношений. Главный результат первой части главы - нахождение уточненного значения критической размерности поля, которое показывает, что физический случай трехмерного ферромагнетика,  $n=3$ , должен находиться в анизотропном кубическом классе универсальности. Изучена также нелинейная восприимчивость возле критической точки в рамках псевдо- $\epsilon$  разложения, найден соответствующий параметр анизотропии, который оказывается численно мал. Полученные в двух частях главы разными методами результаты согласуются друг с другом.

В третьей главе изучено критическое поведение примесной модели Изинга в рамках шестипетлевых разложений. Рассмотрение базируется на известном методе реплик, предложенном для описания неупорядоченных систем в 1970-х гг. После некоторой подготовительной процедуры действие, фактически, описывается моделью второй главы в которой, после окончания всех вычислений, надо положить  $n=0$ . Вычисление в рамках 4-ε разложения дополняется вычислением в рамках т.н.  $\sqrt{\epsilon}$ -разложения, причем показано, что второй подход является не вполне удачным. Найденные критические индексы хорошо удовлетворяют скейлинговым соотношениям и находятся в весьма хорошем согласии с численными и обычными экспериментами.

В четвертой главе рассматривается  $O(n) \times O(m)$  модель Ландау-Вильсона, используемая для описания критического поведения фрустрированных спиновых систем с неколлинеарным и некомпланарным упорядочением. Дается исторический обзор, формулируется модель и описывается характер РГ потоков в системе, достаточно подробно описывается процедура анализа возникающих РГ уравнений. Результаты, прежде всего, формулируются в виде граничных размерностей параметра порядка, вычисление которых проводится в техниках аппроксимант Паде, Паде-Бореля-Леруа и т.н. конформного Бореля. Итоговая фазовая диаграмма устойчивости и вычисленные критические индексы находятся в согласии с ранее известными результатами и уточняют их. Они, в частности, показывают, что переход в киральную фазу для реальных магнетиков должен быть переходом первого рода, а непрерывные переходы в киральные фазы в геликоидальных магнетиках и фрустрированных антиферромагнетиках не реализуются.

Пятая глава носит больше технический характер. Методы, используемые в предыдущих главах для численного определения критических индексов, применяются в данной главе для сравнения с фактически точными результатами, полученными в дробных пространственных размерностях методом конформного бутстрапа. Отмечены систематические, хотя и небольшие, расхождения в определении индексов.

В шестой главе изучается критическая термодинамика  $n$ -векторной модели в трех пространственных измерениях. Находятся высшие эффективные константы связи в разложении свободной энергии вблизи перехода, сначала вычислением поправок вплоть до четырехпетлевых вкладов, а затем анализом полученных результатов в том числе через псевдо-ε-разложения. В качестве окончательного результата такого вычисления приводятся безразмерные универсальные отношения для высших констант связи  $R_6$ ,  $R_8$  и  $R_{10}$ . Если для первых двух величин применяемые методы показали хорошее согласие с ранее известными результатами, то ряды для последней величины непригодны для анализа, в силу нескольких причин, обсуждаемых в диссертации.

В диссертационной работе развиты уже существующие методы анализа, а также предложены комбинации известных аналитических и численных методов. Проведена большая систематическая работа по анализу структуры рядов для эффективных констант связи в методе ренормгруппы, для весьма общего вида моделей. Полученные результаты имеют фундаментальное значение и могут быть использованы как для количественного описания, так и для предсказания качественных аспектов критического поведения. Все это определяет **научную и практическую значимость** работы.

По содержанию и оформлению диссертации можно сделать несколько замечаний.

1. Многочисленные таблицы часто практически сливаются с основным текстом. Было бы удобнее выделять их рамкой и размещать сверху или внизу страницы.
2. Аббревиатуры ПБЛ, КБ расшифровываются неоднократно (с. 129, 136, 151), причем гораздо позже начала их фактического использования. Треугольник Паде появляется уже на с. 37 в таблице 1, но объясняется только на с. 138.
3. Заметное дублирование фрагментов текста в разных главах диссертации, например, возле ур. (22) и (134), возле ур. (40) и (195). Также следует отметить практически точное совпадение формул и текста на с. 27 и с. 94.
4. Исходная модель в главе 4 обладает симметрией при перестановке индексов  $n$  и  $m$ , в то же время, итоговый фазовый портрет на рис. 10 этой симметрией не обладает. Это свойство, видимо, стоило бы пояснить.

Эти замечания не влияют на общую высокую оценку работы, которая выполнена на хорошем научном уровне. Научные положения и результаты диссертации хорошо аргументированы и обоснованы. Новизна и достоверность результатов не вызывают сомнений.

Представленные результаты опубликованы в ведущих научных журналах и неоднократно докладывались на российских и международных конференциях.

Диссертация Кудлиса Андрея на тему: «Многочетлевой ренормгрупповой анализ критического поведения моделей с различными симметриями» соответствует основным требованиям, установленным Приказом от 01.09.2016 № 6821/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете», соискатель Кудлис Андрей заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 — Теоретическая физика. Пункт 11 указанного Порядка диссертантом не нарушен.

Член диссертационного совета

д.ф.-м.н.

зам.руководителя по науке ОТФ

ПИЯФ НИЦ КИ

Аристов Д.Н.

14 сентября 2020 г.

Подпись Д.Н. Аристова заверяю:



Ученый секретарь  
Воробьев С.И.