

ОТЗЫВ

члена диссертационного совета на диссертацию Ивановой Эллы Валерьевны «Многочетлевой расчет критических индексов в моделях критической динамики и статистики», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02. – теоретическая физика.

Исследование фазовых переходов и критических явлений методом ренормализационной группы позволяет обосновать критический скейлинг и дает рецепт вычисления критических показателей в виде эpsilon-разложений. Эти разложения являются асимптотическими и для высокоточного определения критических индексов необходимо вычислить достаточно много членов разложения и затем произвести его пересуммирование. Расчеты в высоких порядках теории возмущений являются очень сложными, в последнее время в этом отношении наблюдается заметный прогресс – в наиболее известной модели ϕ^4 в 2017 году получен шестипетлевой аналитический результат, а в 2018 году – семипетлевой. Есть достижения и в численных расчетах диаграмм Фейнмана, связанные с использованием метода деления на сектора (SectorDecomposition). В моделях критической динамики вычисления значительно сложнее и здесь в наиболее простой, так называемой A-модели аналитический результат известен лишь в трехпетлевом приближении.

Диссертационная работа Э.В. Ивановой посвящена многочетлевым расчетам как в задачах критической статистики, так и динамики. В задачах статистики производится обобщение шестипетлевых результатов для $O(n)$ симметричной ϕ^4 модели на модель с кубической симметрией (это не требует вычисления дополнительных интегралов). В моделях критической динамики продвижение в старшие порядки теории возмущений связано с адаптацией метода Sector Decomposition на диаграммы динамической модели и применением предложенного в диссертации метода редукции диаграмм, позволяющего значительно упростить вычисления. Окончательные результаты в статике и динамике получаются борелевским суммированием полученных разложений.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и трех приложений.

Первая глава посвящена описанию методов, применяемых в диссертационной работе. Описано построение моделей критической динамики на основе статических моделей, в том числе с учетом возможной межмодовой связи, приведена используемая в дальнейшем

bx 09/2 - 238 am 10.06.19

схема ренормировки. Наиболее подробно описан переход к фейнмановскому представлению статических диаграмм без использования импульсного представления и их последующее вычисление методом деления на сектора. Такой подход к вычислению диаграмм обобщается в последующих главах на модели критической динамики.

Во второй главе выполнено обобщение шестипетлевых ренормгрупповых результатов для $O(n)$ -симметричной модели ϕ^4 на модель ϕ^4 с кубической симметрией. Использование при ренормировке R^1 -операции Боголюбова-Парасюка позволяет обобщить результаты для однокомпонентной модели ϕ^4 на случай многокомпонентных моделей с нетривиальными симметриями благодаря факторизации тензорных структур. Учет этих структур был автоматизирован, в результате были найдены ренормгрупповые функции исследуемой модели в шестипетлевом приближении. Наиболее интересный результат, полученный в этой главе, состоит в анализе устойчивости неподвижных точек ренормгруппы в зависимости от числа компонент поля n . Как известно, в рассматриваемой модели из трех возможных неподвижных точек устойчивыми могут быть либо гейзенберговская точка, либо кубическая, в зависимости от n . При некотором «маргинальном» n происходит смена режима. Результаты, полученные ранее, показали, с учетом борелевского суммирования, что при $n=2$ устойчива гейзенберговская неподвижная точка. Вопрос об устойчивой точке для $n=3$ оставался открытым, так как маргинальное значение n близко к 3. Проведенный в диссертации в шестипетлевом приближении анализ показал (с учетом борелевского суммирования), что устойчивой при $n=3$ является кубическая неподвижная точка.

Третья глава посвящена исследованию моделей А и Е критической динамики.

Модель А критической динамики представляет не только значительный интерес с точки зрения описания конкретных физических систем, но и является пробной моделью для использования новых методов расчета. Такими методами в диссертации Э.В. Ивановой является метод редукции диаграмм и метод деления на сектора, обобщенный на задачи критической динамики. Дополнительной проблемой расчетов в критической динамике по сравнению со статикой является многократный рост числа диаграмм. Давно было замечено, что вычисления упрощаются, если провести определенную группировку диаграмм. В работе Э.В. Ивановой такая процедура – редукция диаграмм – осуществляется на регулярной основе с использованием свойств вершины взаимодействия.

Для использования метода Sector Decomposition сформулировано правило построения фейнмановского представления диаграмм непосредственно по их виду, минуя импульсно-частотное представление. Это облегчило автоматизацию расчетов.

С использованием описанных приемов был выполнен рекордный расчет динамического критического индекса z в пятом порядке эpsilon-разложения.

Модель E критической динамики существенно более сложная, она включает межмодовое взаимодействие. До настоящего времени расчеты здесь ограничиваются рамками двухпетлевого приближения, причем имеется разночтение результатов разных авторов. Обобщение метода редукции диаграмм на такую модель с межмодовой связью потребовало дополнительного исследования. Результат в некотором смысле оказался даже более эффективным, чем в A модели – группировка некоторых диаграмм с вершинами, описывающими межмодовое взаимодействие, не просто упрощало результат, но приводило к их полному взаимному сокращению. Конкретные расчеты проведены в диссертации в двухпетлевом приближении, они совпали с результатами одной с упомянутых выше работ. Проведена редукция трехпетлевых диаграмм, что сократило их количество с 4950 до 595. Полученный результат может лечь в основу последующего полного трехпетлевого расчета.

Четвертая глава посвящена пересуммированию полученного в главе 2 шестипетлевого эpsilon-разложения индекса Фишера η в модели с кубической симметрией и полученного в главе 3 пятипетлевого эpsilon-разложения динамического критического индекса z A-модели. В качестве метода пересуммирования выбран модифицированный метод конформ-Бореля с использованием параметра сильной связи. Эффективность этого метода проиллюстрирована на примере точно решаемой нульмерной модели. Новым моментом является использование при пересуммировании «граничных условий». Такая модификация была предложена в работе Зинн-Жюстена, который использовал при пересуммировании критических индексов однокомпонентной ϕ^4 модели знание этих индексов для двумерной системы из точного решения Онсагера двумерной модели Изинга. В изученных в диссертации моделях эти «граничные значения» неизвестны и рассматриваются как «свободные». Они определяются требованием наилучшей сходимости процедуры суммирования.

Текст диссертации написан достаточно четко и ясно, многие предложенные технические приемы хорошо проиллюстрированы примерами (редукция диаграмм, борелевское

пересуммирование). Здесь хотелось бы, однако, сделать одно замечание. В числе основных положений, выносимых на защиту, записано обобщение метода деления на сектора на диаграммы критической динамики, однако в тексте нигде не описана процедура, использованная для выделения секторов, которая в задачах динамики усложняется по сравнению с декомпозицией статических диаграмм.

Сделанное замечание не является принципиальным и не снижает общего положительного впечатления от диссертации. Диссертация является законченным оригинальным научным исследованием, ее результаты и развитые в ней методы найдут применение в дальнейших исследованиях в теории критического поведения.

Диссертация Ивановой Эллы Валерьевны на тему: «Многопетлевой расчет критических индексов в моделях критической динамики и статики» соответствует основным требованиям, установленным Приказом от 01.09.2016 № 6821/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете», соискатель Иванова Элла Валерьевна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02. – теоретическая физика. Пункт 11 указанного Порядка диссертантом не нарушен.

Член диссертационного совета

доктор физ.-мат. наук, профессор СПбГУ  Ю.М. Письмак

07 июня 2019 г.