

## ОТЗЫВ

члена диссертационного совета на диссертацию Ивановой Эллы Валерьевны на тему: «Многопетлевой расчет критических индексов в моделях критической динамики и статике», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02. – теоретическая физика.

Диссертация Э.В. Ивановой посвящена анализу современных методов расчета для описания фазовых переходов второго рода. В работе рассмотрены как модели, относящиеся к критической статике —  $O(n)$  - симметричная модель  $\phi^4$  с кубической симметрий, так и динамические — так называемые А и Е модели (по терминологии обзора Hohenberg P. C., Halperin B. I. 1977).

Как хорошо известно, различные физические системы демонстрируют нетривиальное сингулярное поведение в окрестности своих критических точек или точек непрерывного фазового перехода. Корреляционные функции имеют степенную (скейлинговую) форму с универсальными критическими показателями, которые зависят лишь от глобальных характеристик системы, таких как симметрия и размерность пространства. Количественное описание критического поведения осуществляется ренормализационной группой (РГ). Стоит отметить, что сам метод РГ был разработан еще в середине пятидесятых годов прошлого века, но долгое время не находил себе достойного применения. И только спустя пару десятилетий обнаружили, что теории критического поведения являются областью эффективного применения этой техники. Было показано, что флуктуационная теория критического поведения эквивалентна квантовой теории поля, а РГ позволяет получать для этой теории инфракрасную (ИК) асимптотику функций Грина.

Метод ренормгруппы позволяет вычислять критические показатели в виде  $\epsilon$ -разложений, где  $\epsilon = d_c - d$  – отклонение размерности пространства  $d$  от критического значения  $d_c$ . Получающиеся ряды являются асимптотическими и требуют пересуммирования. Существует множество техник пересуммирования, но однозначно, что для их эффективного использования необходимо знать как можно больше членов разложения. Выбор и адаптация техники пересуммирования, а также нахождение рекордных порядков для различных моделей, являются объектом рассмотрения в диссертационной работе Ивановой Э.В..

Сложность расчета коэффициентов асимптотического ряда для критических индексов возрастает по мере рассмотрения все более высоких порядков теории возмущений. Поэтому продвижение в шестой порядок в статической  $O(n)$  симметричной модели  $\phi^4$  с кубической симметрией являлось весьма трудоемкой задачей, для решения которой необходимо было освоить и эффективно применить современные методы расчета фейнмановских диаграмм. В рамках диссертации также был проведен анализ ИК-устойчивости критического режима системы. Как известно, данная кубическая модель содержит несколько неподвижных точек (гейзенберговская, кубическая и изинговская). В зависимости от значения размерности  $n$  параметра порядка, гейзенберговская и кубическая неподвижные точки «борются» за роль ИК-притягивающей точки. Ранее проделанные работы показывают, что смена режимов происходит при критическом

6х 09/2 - 237 от 07.06.19

значении размерности  $n=3$ , который и является физически интересным. Проведенный шестипетлевой анализ позволил найти значение критической размерности с высокой точностью и однозначно разрешить процесс смены режимов: для  $n=2$  ИК-притягивающей становится гейзенберговская неподвижная точка, а для  $n=3$  – кубическая.

В ходе разработки динамических моделей Эллей также были получены интересные и важные результаты. В частности, подробно описан метод редукции динамических диаграмм, позволяющий заметно упростить вычисления в каждом порядке теории возмущений. Показано, что такая техника применима к различным задачам критической динамики на примере моделей А и Е. Эффективность метода указывает на перспективы расчета более сложных динамических систем. Для многих из них, как и для модели Е, изучение следующего порядка поможет определить области устойчивости фиксированных точек, что является принципиальным при нахождении критических показателей.

Не менее важным результатом является адаптация численного метода расчета фейнмановских диаграмм Sector Decomposition на динамические теории. Показано, что, несмотря на простоту идеи метода, он позволяет получить достаточно точный численный результат для диаграмм даже в старших порядках теории возмущений. В итоге погрешность коэффициентов в  $\epsilon$ -разложении позволяет произвести пересуммирование с достаточно высокой точностью.

В завершении работы подробно изложена техника пересуммирования по конформ-Борелю. Показано, что учета асимптотики сильной связи недостаточно для улучшения сходимости процедуры. Поэтому проведено пересуммирование  $\epsilon$ -разложений индексов с учетом свободных граничных условий, что было впервые предложено Зинн-Жюстенем в 1998 году. Такая модификация существенно улучшает результат пересуммирования. Полученные значения пересуммированных критических индексов, как для статике, так и для динамики, находятся в хорошем согласии с ранее известными результатами. Результаты работы Ивановой Эллы должны стимулировать проведение экспериментов по более точному измерению критических показателей для динамических моделей, описание которых сводится к А и Е модели.

По диссертации можно сделать следующие замечание: В работе рассмотрена  $O(n)$  симметричная модель  $\phi^4$  с кубической симметрией и проведен ее детальный анализ. Но, как известно, критическое поведение одноосного магнетика с замороженными примесями (модель Изинга со случайными примесями) описывается этой же моделью, но с условием на знаки зарядов и для  $n = 0$ . Поэтому, на мой взгляд, стоило включить и ее в область шестипетлевого анализа.

Диссертация является законченным оригинальным исследованием, выполненным на высоком научном уровне. Достоверность полученных результатов обеспечивается как использованием мощного хорошо развитого аппарата квантовой теории поля, так и сравнением с результатами, известными ранее для различных частных случаев. Особо отмечу, что развитые в диссертации подходы помогут автору в дальнейшем продолжить исследование в данной области. Все основные результаты диссертации являются новыми, они современно и полно опубликованы и представлены лично автором на международных научных конференциях и семинарах.

Диссертация Ивановой Эллы Валерьевны на тему: «Многопетлевой расчет критических индексов в моделях критической динамики и статики» соответствует основным требованиям, установленным Приказом от 01.09.2016 № 6821/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете», соискатель Иванова Элла Валерьевна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02. – теоретическая физика. Пункт 11 указанного Порядка диссертантом не нарушен.

Член диссертационного совета

доктор физико-математических наук,

ведущий научный сотрудник лаборатории математических проблем физики,

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Санкт-Петербургское

отделение Математического института им. В. А. Стеклова Российской Академии Наук

С.Э. Деркачев

07 июня 2019 г.

