

ОТЗЫВ

члена диссертационного совета на диссертацию Ивановой Эллы Валерьевны на тему:
«Многопетлевой расчет критических индексов в моделях критической динамики и статики», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02. – теоретическая физика.

Многочисленные физические системы самой разнообразной природы демонстрируют интересное сингулярное поведение в окрестности их критических точек (точек фазовых переходов II рода). Термодинамические и корреляционные функции обнаруживают там степенное поведение, а соответствующие показатели (критические индексы) универсальны в том смысле, что зависят лишь от глобальных характеристик системы, таких как размерность пространства, размерность параметра порядка, симметрия. Одной из важнейших задач теории является обоснование такого поведения и вычисление критических индексов в рамках какой-либо последовательной теории возмущений. Наиболее эффективным здесь оказался метод ренормализационной группы (РГ), в котором возможные типы критического поведения (классы универсальности) ассоциированы с инфракрасно-устойчивыми неподвижными точками некоторых мультипликативно-ренормируемых теоретико-полевых моделей. Типичные фазовые переходы описываются классом универсальности $O(n)$ -симметричной Φ^4 -модели. Однако, большой интерес представляют и другие классы универсальности, например, модели с гиперкубической симметрией. Модели динамического критического поведения гораздо более многочисленны и менее изучены, в частности, из-за большей сложности практических расчетов.

В ренормгрупповом подходе критические индексы вычисляются обычно в виде эpsilon-разложений, то есть разложений по отклонению размерности пространства d от его верхнего критического значения (в данной диссертации оно всегда равно 4). Для реальных значений $d=2$ или 3 этот параметр не мал, а сами ряды являются расходящимися (асимптотическими). Поэтому для получения надежных численных предсказаний для критических индексов необходимо, во-первых, найти как можно больше членов эpsilon-разложения и, во-вторых, выполнить какую-либо процедуру суммирования (наиболее эффективными тут являются различные реализации суммирования по Борелю).

Диссертация Э.В.Ивановой посвящена вычислению многопетлевых диаграмм теории возмущений в различных моделях критической статики и динамики, нахождению их неподвижных точек и критических индексов, а также суммированию соответствующих асимптотических рядов.

Рассматривается модель критического поведения с взаимодействием типа Φ^4 и гиперкубической симметрией. В 6-петлевом приближении найдены критические индексы и бета-функции – коэффициенты уравнений ренормгруппы, определяющие положение и характер притяжения неподвижных точек. Выполнено суммирование полученных рядов методом конформ-Бореля. Как известно, в такой модели есть три нетривиальных неподвижных точки: изотропная (гейзенберговская), кубическая и чисто кубическая (изинговская), то есть модель описывает три возможных класса универсальности. Инфракрасно-притягивающей может быть только одна из первых двух, в зависимости от значения размерности n параметра порядка. В работе получено уточненное значение критического значения n , при котором эти точки как бы «обмениваются» характером притяжения. Тонкость ситуации в том, что это критическое значение близко к наиболее интересному физическому случаю $n=3$. Результаты трехпетлевых вычислений дают для

6x 09/2-236 om 02.06.13

него неравенство $p > 3$, тогда как учет старших поправок свидетельствует скорее в пользу $p < 3$. В данной диссертации на основе 6-петлевых расчетов с последующим суммированием убедительно доказано, что верно второе неравенство. Таким образом, критическое поведение физически интересных случаев $p=2$ и 3 существенно различается: случай $p=3$ описывается кубической точкой, а $p=2$ -- изотропной гейзенберговской точкой. Показательно, что в последнем случае симметрия системы в критической точке оказывается выше симметрии самой модели – непрерывная $O(2)$ -симметрия вместо дискретной симметрии квадрата.

Также в диссертации изучено критическое поведение динамических моделей критического поведения. Модель А описывает критическое динамическое поведение систем с несохраняющимся параметром порядка (антиферромагнетики, недавно найденное приложение – мультиферроики), а гораздо более сложная модель Е, учитывающая взаимодействие параметра порядка с другими «мягкими модами» – планарные магнетики и, возможно, переходы квантовых жидкостей в сверхтекучее состояние.

В сравнении со статикой, динамические диаграммы более многочисленны и труднее для вычисления. Поэтому практические расчеты в динамике заметно «отстают» от статики. В диссертации метод разложения по секторам (sector decomposition), доказавший свою высокую эффективность при расчетах статических диаграмм, обобщен на случай динамических моделей. Также развит и систематически используется метод редукции диаграмм, который раньше применялся для конкретных случаев лишь спорадически, «от случая к случаю». Он основан на некоторых точных соотношениях между одночастично-неприводимыми функциями Грина и позволяет объединять несколько динамических диаграмм в одну «эффективную» диаграмму. Во-первых, количество таких эффективных диаграмм существенно меньше, а во-вторых, они легче поддаются вычислению; при этом можно использовать известные результаты для статических диаграмм. Это позволило диссертанту впервые найти критический индекс z для модели А (критическую размерность времени) в 5-петлевом приближении (с последующим борелевским суммированием).

Также получены двухпетлевые результаты в модели Е. В существующих в литературе результатах имеются некоторые противоречия, в данной диссертации они однозначно разрешены. Как и в гиперкубической модели, здесь имеется критическое значение размерности параметра порядка p , при котором происходит «обмен» характером устойчивости между двумя неподвижными точками (и, тем самым, между динамическими классами универсальности). Показано, что для надежного определения его значения нужно перейти к 3-петлевому приближению. Для этого сделан важный шаг – выполнена процедура редукции 3-петлевых диаграмм.

Полученные для гиперкубической модели и модели А критической динамики результаты подвергнуты борелевскому суммированию. Существуют различные реализации этого метода; в диссертации он сочетается с конформным преобразованием в комплексной плоскости констант взаимодействия и с учетом асимптотики сильной связи. Эффективность такого подхода продемонстрирована на примере нульмерной теории поля, допускающей точное решение. Для нетривиальных моделей, где асимптотика сильной связи неизвестна, она подбирается из требования улучшения сходимости процедуры при увеличении числа членов ряда. Это позволило получить уточненные значения критических индексов и критического значения p .

Текст диссертации написан четко и ясно. Подробно изложены и пояснены на многих примерах: представление диаграмм с помощью номенклатуры Никеля, метод разложения по секторам, редукция динамических диаграмм. Метод суммирования асимптотических рядов методом конформ-Бореля с учетом асимптотики сильной связи иллюстрирован примером точно-решаемой нульмерной теории поля. Все это, помимо прочего, делает диссертацию ценным методическим пособием. Диссертация является законченным оригинальным научным исследованием, а ее результаты и развитые в ней методы, несомненно, найдут применение в дальнейших исследованиях в теории критического поведения.

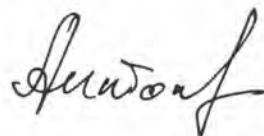
Однако, в тексте диссертации имеются некоторые небрежности. В формуле (3) не определена нормировочная константа C . В начале раздела 2.1 при обсуждении модели с гиперкубической симметрией появляется «дополнительный член» с константой связи g_2 , тогда как сам гамильтониан с основным членом и константой g_1 еще не вводился. Равнозначные термины «неподвижная точка» и «фиксированная точка» встречаются вместе даже в пределах одного абзаца. Уместно было бы пояснить мультипликативную ренормируемость чисто кубической модели Φ^4 . В библиографии фамилии авторов и названия журналов иногда начинаются со строчных букв. Конечно, это несколько не влияет на общую высокую оценку диссертационной работы.

Диссертация Ивановой Эллы Валерьевны на тему: «Многочетлевой расчет критических индексов в моделях критической динамики и статики» соответствует основным требованиям, установленным Приказом от 01.09.2016 № 6821/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете», соискатель Иванова Элла Валерьевна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02. – теоретическая физика. Пункт 11 указанного Порядка диссертантом не нарушен.

Член диссертационного совета

доктор физико-математических наук,

старший научный сотрудник, профессор СПбГУ



Н.В. Антонов

06 июня 2019г.