

ОТЗЫВ

члена диссертационного совета на диссертацию Ивановой Эллы Валерьевны «Многочленовой расчет критических индексов в моделях критической динамики и статики», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02. – теоретическая физика.

Диссертация Э.В. Ивановой посвящена использованию метода ренормгруппы и ε -разложения для вычисления критических показателей в задачах критической статики и динамики. Для повышения точности таких расчетов необходимо рассчитать по возможности большее число членов разложения и затем провести эффективное суммирование получающегося асимптотического ряда. Решению этих задач и посвящена работа Э.В. Ивановой.

Прежде чем перейти к изложению полученных в работе результатов для конкретных физических моделей, перечислю 3 основных технических приема, которые были впервые использованы в работах Э.В. Ивановой и позволили ей значительно продвинуться в нахождении высокоточных значений критических показателей.

- В задачах критической динамики дополнительные трудности по сравнению с критической статикой состоят в многократном увеличении числа фейнмановских диаграмм в старших порядках теории возмущений, а также в усложнении подынтегральных выражений. Эти трудности в значительной степени были преодолены путем «редукции» диаграмм, значительно уменьшающей их количество. Идея метода основана на известном факте, что определенный набор динамических констант ренормировок совпадает с соответствующим набором статических. Это доказанное в общей теории утверждение реализовано в работе в виде конкретных рецептов группировки динамических диаграмм. Эти рецепты применяются затем к вычислению констант ренормировок, не сводящихся до конца к статическим, что значительно уменьшает число диаграмм и упрощает подынтегральные выражения.
- Эффективным методом численного определения констант ренормировок является метод «деления на сектора» (Sector Decomposition). Он основан на использовании фейнмановского представления диаграмм, с последующим делением области интегрирования на сектора, в каждом из которых подынтегральное выражение является плавной функцией параметров Фейнмана. Метод показал высокую эффективность в задачах статики. В работе Э.В. Ивановой этот метод обобщен на случай динамики. Предложен способ построения фейнмановского представления динамических диаграмм непосредственно по виду диаграмм, минуя импульсное представление. Проведено также обобщение процедуры деления на сектора.
- При проведении суммирования полученных асимптотических рядов использован метод конформ-Бореля, в котором учитывается максимальная информация об исследуемой функции – все известные члены разложения по теории возмущений, асимптотика старших порядков коэффициентов разложения, асимптотика сильной связи. Используя точное решение двумерной модели Изинга, Зинн-Жюстен предложил включать также в процедуру суммирования информацию о значении критических показателей при $d=2$. В задачах критической динамики точное значение динамического критического индекса при $d=2$ неизвестно, в работе Э.В. Ивановой предложен метод «свободных

6x 09/2-239 от 10.06.19

граничных условий», когда значение индекса при $d=2$ объявляется подгоночным параметром. В настоящее время неизвестна также и асимптотика сильной связи, соответствующий параметр также используется как подгоночный. Оба эти параметра находятся из требования наилучшей сходимости процедуры суммирования. Расчеты показывают эффективность предложенного подхода – область допустимых значений параметров оказывается весьма узкой, что обеспечивает высокую точность определения значений критических показателей.

Основная часть указанных технических приемов описана в главе I диссертации.

Во второй главе диссертации рассматривается модель критического поведения с взаимодействием типа Φ^4 и гиперкубической симметрией. Для определения констант ренормировки проведено обобщение 6-петлевых результатов, полученных для $O(n)$ -симметричной модели Φ^4 в работе М. Компанийца и Е. Панзера в 2017 году. Вычислены ренормгрупповые функции модели, определено положение и характер притяжения неподвижных точек. Выполнено суммирование полученных рядов методом конформ-Бореля.

Известно, что из трех имеющихся в рассмотренной модели неподвижных точек в зависимости от числа компонент поля n устойчивой может быть либо изотропная (гейзенберговская), либо кубическая. При некотором «критическом» значении n происходит смена режима. Это значение близко к $n=3$ и интрига состоит в том, больше или меньше оно 3 на самом деле. Проведенные в диссертации 6-петлевые расчеты с последующим суммированием показывают, что критическое $n < 3$. Таким образом, критическое поведение для физически интересных случаев $n=2$ и $n=3$ различно: случай $n=2$ описывается гейзенберговской точкой, а $n=3$ – кубической точкой.

В третьей главе диссертации рассмотрены модели А и Е критической динамики. Модель А описывает критическое динамическое поведение систем с несохраняющимся параметром порядка (антиферромагнетики, мультиферроики), она является простейшей моделью критической динамики и для нее удастся максимально продвинуться в старшие порядки теории возмущений. Примененный в диссертации к этой модели метод редукции диаграмм и использование метода Sector Decomposition позволило выполнить рекордный пятипетлевой расчет динамического критического индекса.

В более сложной модели Е, учитывающей взаимодействие параметра порядка с другими «мягкими модами», также была продемонстрирована эффективность метода редукции диаграмм. Конкретные расчеты проведены до конца в двухпетлевом приближении. Они подтвердили один из результатов предшественников (второй, видимо, содержит ошибку). Выполнена редукция трехпетлевых диаграмм, что дает возможность провести в дальнейшем полный трехпетлевой расчет.

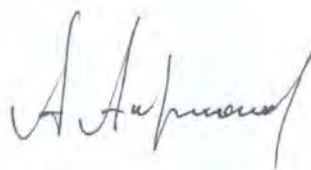
В четвертой главе подробно описано суммирование разложений, полученных для гиперкубической модели и модели А критической динамики методом конформ-Бореля.

В качестве замечаний, помимо указаний на опечатки и неточности в списке литературы, хотелось бы указать, что в предложенном варианте пересуммирования со свободными граничными условиями выбор оптимальных подгоночных параметров осуществляется в диссертации путем сопоставления с точно решаемым примером нульмерной теории поля. Желательно было бы сформулировать математический критерий такого выбора.

Текст диссертации написан достаточно четко и ясно. Вводимые понятия и методы поясняются примерами (номенклатура Никеля диаграмм, метод разложения по секторам,

редукция динамических диаграмм, суммирование по конформ-Борелю для точно-решаемой нульмерной теории поля). Диссертация является законченным оригинальным научным исследованием, развитые в ней методы расчета многопетлевых диаграмм могут найти применение в различных задачах критической динамики.

Диссертация Ивановой Элли Валерьевны на тему: «Многопетлевой расчет критических индексов в моделях критической динамики и статики» соответствует основным требованиям, установленным Приказом от 01.09.2016 № 6821/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете», соискатель Иванова Элла Валерьевна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02. – теоретическая физика. Пункт 11 указанного Порядка диссертантом не нарушен.



Член диссертационного совета

доктор физ.-мат. наук, профессор СПбГУ

А.А. Андрианов

06 июня 2019 г.