

## **ОТЗЫВ**

члена диссертационного совета на диссертацию

**Аббасова Меджида Эльхан оглы** на тему:

**«Экзостеры и козкостеры в недифференцируемой оптимизации»**,

представленную на соискание ученой степени

доктора физико-математических наук

по специальности 01.01.09 – Дискретная математика и математическая

кибернетика

### **Актуальность диссертационной работы**

Недифференцируемая оптимизация является одним из разделов негладкого анализа. Для решения проблем в этой области используется особый аппарат, обобщающий средства классического математического анализа. Это важное, перспективное научное направление, позволяющее исследовать актуальные в настоящий момент задачи математического моделирования, экономики, робототехники, теории управления, распознавания образов. Поэтому данная диссертационная работа, посвященная развитию одного из наиболее удобного для реализации подхода, основанного на экзостерах и козкостерах, является исключительно актуальной.

### **Основные результаты исследования и их научная новизна**

Одной из отличительных черт наиболее часто используемых сейчас для исследования задач недифференцируемой оптимизации математических инструментов является то, что они используют сложно реализуемые при решении конкретных проблем конструкции и построения. Здесь можно упомянуть, например, обобщенный якобиан Кларка, который применяется в обобщенном методе Ньютона. В гладком анализе имеются простые правила, позволяющие вычислять производные и градиенты для широкого класса функций. Поэтому можно сказать, что здесь возникает некоторое расхождение между гладким и негладким анализом, хотя последний и является обобщением и развитием первого. Подход, заложенный в работах Б.Н. Пшеничного, А.М. Рубинова, В.Ф. Демьянова, позволяет устранить это несоответствие. Для экзостеров и козкостеров, являющихся одними из главных понятий данного подхода, возможно построение правил исчисления. С помощью указанных объектов можно описывать условия оптимальности, а также находить направления спуска и подъема, что важно при реализации численных алгоритмов. В связи с новизной данной области в ней имеются важные открытые проблемы, решению которых и посвящено данное исследование.

Перечислим основные результаты, полученные в диссертационной работе:

- получены условия экстремума в терминах обобщенных экзостеров, доказана теорема существования обобщенных экзостеров,
- проведен сравнительный анализ применения экзостеров и квазидифференциалов для решения задач недифференцируемой оптимизации,

*09/2-331 от 29.08.2019*



- описаны новые условия минимальности экзостеров и коэкзостеров, а также техника сокращения этих семейств,
- получены новые условия экстремума в терминах экзостеров и коэкзостеров
- разработано исчисление коэкзостеров второго порядка; для подкласса функций максимума разработан метод минимизации второго порядка, основанный на коэкзостерах второго порядка,
- разработан Метод Заряженных Шариков, для решения вспомогательных задач, возникающих в недифференцируемой оптимизации, а также некоторых проблем вычислительной геометрии
- предложены новые эвристические, вероятностные алгоритмы решения важной подзадачи, возникающей в недифференцируемой оптимизации.

Все перечисленные основные результаты являются новыми.

### **Достоверность полученных результатов**

Полученные в диссертационной работе результаты получили надлежащее научное обоснование. Проведенные в ходе доказательств выкладки и преобразования проведены строго и корректно, а сама диссертационная работа выполнена на высоком математическом уровне. Многочисленные приведенные в тексте примеры подтверждают правильность теоретических результатов. Основные результаты работы прошли апробацию в ходе обсуждений на большом количестве международных, всероссийских конференций и семинаров, а также в ходе публикации в рецензируемых изданиях как российских, так и зарубежных.

### **Теоретическая и практическая значимость**

В данной диссертационной работе вносится существенный вклад в актуальное и важное для теории и приложений направление негладкого анализа и недифференцируемой оптимизации, заложенное советскими и российскими математиками. Полученные результаты в силу своей конструктивности могут применяться для решения широкого круга задач, возникающих при исследовании негладких математических моделей.

### **Замечания**

1. Имеются небольшие небрежности в оформлении текста. Например, на условия (1.29) и (1.30), представленные на стр. 28 нет ссылок в дальнейшем изложении, поэтому нумерация этих выражений является излишней.
2. Результаты пункта 1.9 можно несколько упростить, если при определении обобщенных экзостеров дополнительно потребовать их замкнутость.
3. Стоило дать пояснения по поводу параметра  $m$ , используемого при описании эвристических алгоритмов в пункте 3.1.

Указанные замечания не оказывают влияния на положительную оценку диссертации, которая представляет собой успешно выполненное научное исследование.



Диссертация Аббасова Меджида Эльхан оглы на тему : «Экзостеры и коэкзостеры в недифференцируемой оптимизации» соответствует основным требованиям, установленным Приказом от 01.09.2016 № 6821/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском университете». соискатель Аббасов Меджид Эльхан оглы заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.09 – Дискретная математика и математическая кибернетика. Пункт 11 указанного Порядка диссертантом не нарушен.

Член диссертационного совета  
доктор физико-математических наук  
профессор,  
Федеральный исследовательский центр  
«Информатика и управление» Российской академии наук.

А.С. Антипин

26 августа 2019г.

Подпись Антонина А.С. заверяю:

Зам. директора

ФЦСИ ИУ

26.08.2019



А.Н. Пороцкий