

ОТЗЫВ

Председателя диссертационного совета на диссертацию Петрова Федора Владимировича на тему: «Задачи непрерывной и полиномиальной комбинаторики», представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.01 — Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Рассматриваемая диссертация Федора Владимировича Петрова объединяет цикл работ по некоторым направлениям современной комбинаторики, относящимся как к дискретной математике (перечислительная комбинаторика, теория графов), так и к континуальным или асимптотическим аналогам комбинаторных теорем, иногда называемых «непрерывная комбинаторика».

Диссертация состоит из двух глав.

Первая глава, «Непрерывная комбинаторика», посвящена «континуальным аналогам» комбинаторных утверждений, где конечные пространства заменяются на континуальные пространства с мерой. В некоторых случаях это ведет к более концептуальному взгляду на сами дискретные утверждения. Среди используемых методов – функциональный анализ, эргодическая теория, теория мер и фильтраций, и сама комбинаторика.

Глава начинается с краткого обсуждения конструкций универсальных графов и конструкции естественной инвариантной меры, концентрированной на графах без клик.

Большая часть главы посвящена обсуждению свойств метрических троек: пространств с мерой и метрикой, современное изучение которых было инициировано Громовым и развито Вершиком. Глава начинается с нескольких характеристик допустимых полуметрик (т.е. тех, где шары имеют положительную меру) и обсуждения того, что измеримая «почти-полуметрика» (где свойства верны почти сюда) измеримо эквивалентна измеримой полуметрике. Далее приводятся вероятностные характеристики допустимых метрик в терминах матриц расстояний случайно выбранных коллекций точек, а также критерии предкомпактности множеств допустимых метрик.

Далее автор переходит к обсуждению свойства виртуальной непрерывности (грубо говоря, свойства функций на декартовом произведении удовлетворять теореме Лузина (которая более не автоматическая) и его приложений). В его терминах обсуждается транспортная теорема Канторовича, что дает ее новое доказательство. Даются несколько применений виртуальной непрерывности: к определению следов (на малых множествах) соболевских функций, свойствам ядерных операторов, варианту непрерывной теоремы Холла.

Первая глава конструирует стройную теорию с арсеналом новых методов, которые ведут к ряду важных теорем и интересных приложений.

Вторая глава, «Полиномиальная комбинаторика», посвящена полиномиальному методу, и его приложениям к теории графов, перечислительной и аддитивной комбинаторике, а также его некоммутативному аналогу – методу групповых колец.

бк 09/2-292 от 11.12.18

Глава начинается с обсуждения недавних обобщений комбинаторной теоремы о нулях Н. Алона, включая обобщение на мульти множества, и отсылки к ее алгебраическому прообразу – формуле Эйлера-Якоби. Приведя в качестве примера приложение к доказательству формулы Дайсона и ее q -аналога, автор развивает метод для доказательства тождества Аомото и формулы Форрестера.

Далее, автор переходит к обсуждению обобщенных биномиальных коэффициентов (считывающих пути в градуированных графах), и в нескольких важных случаях (графы диаграмм Юнга, обобщения графа Паскаля) вычисляет их в терминах коэффициентов многочленов.

Среди других приложений – обобщения формулы Коши-Давенпорта, оценивающей снизу мощность остатков суммы множеств по простому модулю, в том числе на мультипликативные и аддитивные группы поля; приложения к раскраскам графов и к частичной симметризации многочленов. Завершается глава обсуждением метода групповых колец и некоторых его применений.

Вторая глава представляет ряд разнообразных и интересных результатов в разных частях дискретной математики, объединенных общим подходом, подробно обсуждающимся в начале главы.

В диссертации «Задачи непрерывной и полиномиальной комбинаторики» Федора Владимировича Петрова развиты новые передовые методы, которые привели к ряду важных и интересных результатов.

Диссертация соответствует основным требованиям, установленным Приказом от 01.09.2016 № 6821/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете», соискатель Петров Федор Владимирович заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.01 — Вещественный, комплексный и функциональный анализ. Пункт 11 указанного Порядка диссертантом не нарушен.

Председатель диссертационного совета

Доктор физико-математических наук (PhD), Профессор,

Главный научный сотрудник, Санкт-Петербургский государственный университет

Смирнов Станислав Константинович

10 декабря 2018 г.