

На правах рукописи



Колодко Дмитрий Владимирович

Применение стабильных агрегированных валют для анализа рынка Forex

Специальность 08.00.13 - Математические и инструментальные методы
экономики

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата экономических наук

Санкт-Петербург - 2014

Работа выполнена на кафедре экономической кибернетики экономического факультета ФГБОУ ВПО "Санкт-Петербургский государственный университет"

Научный руководитель: Доктор физико-математических наук, профессор
Хованов Николай Васильевич,
Санкт-Петербургский Государственный Университет

Официальные оппоненты: Доктор экономических наук, профессор
Ильин Игорь Васильевич,
Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Кандидат экономических наук, доцент
Ичкитидзе Юрий Роландович,
Санкт-Петербургский государственный экономический университет

Ведущая организация: ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный аграрный университет»

Защита состоится "24" сентября 2014 г. в 16 часов на заседании Совета по защите докторских и кандидатских диссертаций Д 212.232.34 при Санкт-Петербургском государственном университете по адресу 191123, Санкт-Петербург, ул. Чайковского д.62, аудитория 415.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный университет».

Автореферат разослан " " 2014 г. и размещен на сайте ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный университет»:
<http://spbu.ru/science/disser/soiskatelyu-uchjonoj-stepeni/dis-list>

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 212.232.34
кандидат экономических наук,
доцент



Попова Людмила Валерьевна

I. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

При работе на валютном рынке FOREX возникают проблемы прогнозирования динамики валютных курсов, управления валютными рисками и разработки новых финансовых инструментов, привлекательных для инвестора.

Актуальность решения этих проблем связана главным образом с новизной краткосрочных внутрисуточных валютных операций в России. Существующие методы управления рисками, например, с помощью валютных фьючерсов, ориентированы на длительные сроки (по крайней мере, на несколько месяцев) и, как правило, не позволяют в достаточной степени избежать риска падения курса самой валюты платежа. Использование же стабильных агрегированных валют возможно на коротких временных интервалах и позволяет в значительной степени избежать риска существенного падения курса валюты платежа.

Существующие методы прогнозирования динамики валютных курсов основываются либо только на статистической информации о прошлом состоянии рынка и, поэтому, не позволяют предвидеть изменение тенденции, либо на экспертной информации, которой, как правило, недостаточно для надежного прогноза числовых значений исследуемого временного ряда. Предложенная в работе модификация байесовского алгоритма оценивания вероятностей альтернатив позволяет учесть одновременно как статистическую, так и экспертную информацию.

Содержание диссертации соответствует следующим **пунктам паспорта специальности 08.00.13:**

1.6. Математический анализ и моделирование процессов в финансовом секторе экономики, развитие метода финансовой математики и актуарных расчетов.

2.3. Разработка систем поддержки принятия решений для рационализации организационных структур и оптимизации управления экономикой на всех уровнях.

Целью диссертации является разработка и апробация экономико-математических методов применения стабильных агрегированных валют для мониторинга, анализа и прогнозирования динамики валютных курсов и индексов на рынке Forex.

Для достижения указанной цели были сформулированы и решены следующие **задачи:**

- проведен статистический анализ случайных процессов внутрисуточной динамики валютных курсов и монетарных индексов простых и агрегированных валют;

- разработана модификация байесовского метода оценки вероятностей альтернатив, учитывающая нечисловую экспертную информацию и пригодная для поддержки принятия решений при построении прогнозов динамики валютных курсов;

- предложены экономико-математические модели использования стабильных агрегированных валют для хеджирования валютных рисков на коротких временных интервалах;

- предложены новые схемы финансовых инструментов валютного рынка, основанные на модели стабильных агрегированных валют, пригодные для совершения внутрисдневных операций.

Объектом диссертационного исследования является, в соответствии с паспортом специальности, такая международная экономическая система как валютный рынок Forex.

Предметом диссертационного исследования являются процессы динамики валютных курсов, протекающие на валютном рынке Forex.

Теоретическую и методологическую основу исследования составляет системный подход к изучению процессов динамики валютного рынка Forex, протекающих в условиях неопределенности. Помимо хорошо известных эконометрических методов прогнозирования финансовых временных рядов, таких как регрессионные методы, модели ARIMA Бокса-Дженкинса, модели GARCH и другие, рассматриваются также экспертные методы технического и фундаментального анализа, применяемые при работе на валютном рынке. Для описания неопределенности развития экономических систем используется комплекс современных теоретико-вероятностных методов, основанных на различных моделях оценок вероятностей событий. В частности, учитывается концепция «рациональной уверенности» (rational belief), восходящая к трудам Дж. М. Кейнса, в рамках которой предполагается, что эксперты оценивают вероятности альтернативных сценариев развития экономических систем по нечисловым шкалам. Метод оценивания апостериорных вероятностей альтернатив по априорным предположениям и статистической информации восходит к идеям Т. Байеса. Построение монетарных индексов основано на понятии меновой ценности, восходящем к трудам Адама Смита, и работам У. Джевонса, посвященным мультипликативным индексам. Построение же агрегированной валюты минимального риска базируется на понятии оптимального портфеля ценных бумаг, разработанного Г. Марковицем. Среди исследователей, занимавшихся вопросами ценовой динамики финансовых рынков, можно назвать Л. Башелье, М. Кендалла, Ф. Блэка, М. Шоулза, Ю. Фама, А.Н. Ширяева.

Информационную базу исследования составляют архивные данные котировок валютных курсов, наблюдавшихся на рынке в 2011 и 2012 годах.

Научная новизна диссертационного исследования состоит в разработке экономико-математических методов мониторинга, анализа и прогнозирования внутрисдневной динамики валютных курсов и индексов, а также принятия решений на валютном рынке Forex, основанных на применении стабильных агрегированных валют.

Научная новизна определяется следующими результатами, выносимыми на защиту:

1) Предложена модификация байесовского метода оценивания вероятностей альтернатив динамики валютного рынка, пригодная для поддержки принятия решений при построении прогнозов динамики валютных курсов и позволяющая в дополнение к имеющейся статистической информации учитывать экспертную информацию;

2) Выявлены отличия реальных процессов внутридневной динамики валютных курсов от модели броуновского движения. Выявлен «эффект дня недели» для валютных курсов и инвариантных индексов национальных валют.

3) Обнаружена значительно меньшая внутридневная волатильность стабильных агрегированных валют, измеряемая стандартным отклонением значений нормированного индекса меновой ценности, по сравнению с аналогично измеряемой волатильностью национальных валют. Предложена экономико-математическая модель хеджирования краткосрочных рисков с помощью стабильных агрегированных валют;

4) Разработаны новые финансовые инструменты валютного рынка, основанные на модели стабильных агрегированных валют, пригодные для внутридневных финансовых операций. При этом для прогнозирования динамики курсов этих инструментов предложено использовать байесовский метод получения вероятностей альтернатив по системе индикаторов технического анализа и реальным статистическим данным.

Теоретическая значимость работы состоит в выявлении статистических закономерностей случайных процессов внутридневной динамики валютных курсов и монетарных индексов простых и агрегированных валют, разработке и обосновании экономико-математической модели хеджирования краткосрочных валютных рисков с помощью стабильных агрегированных валют, а также в разработке комплекса математических методов обработки нечисловой, неточной и неполной экспертной информации о вероятностях реализации альтернативных сценариев развития динамики финансовых рынков.

Практическая значимость работы состоит в разработке совокупности экономико-математических методов принятия решений при внутридневной торговле на валютном рынке Forex, а также конструировании на основе модели хеджирования валютных рисков с помощью стабильных агрегированных валют новых финансовых инструментов, пригодных для совершения краткосрочных финансовых операций.

Апробация результатов диссертационного исследования проведена на научной сессии НИЯУ МИФИ-2012 (г. Москва, 30 января – 4 февраля 2012), докладах на кафедре экономической кибернетики СПбГУ и в Санкт-Петербургском экономико-математическом институте РАН.

Практическая апробация результатов диссертационного исследования осуществлена в рамках следующей НИР, в отчет по которой были включены материалы автора: «Разработка комплекса экономико-математических методов анализа и прогнозирования показателей финансовых рынков в условиях риска и неопределенности» (СПбГУ, 2011).

Публикации по теме исследования. Основные результаты диссертационного исследования изложены в 5 печатных научных работах, из которых 4 опубликованы в журналах, рекомендованных ВАК.

Объем и структура работы. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Диссертация содержит 135 страниц основного текста, 8 таблиц, 80 рисунков. Список литературы включает 105 источников.

II. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Во **введении** обоснована актуальность выбранной темы диссертации, сформулированы цели и задачи исследования, определены его объект и предмет, а также изложены элементы научной новизны, теоретической и практической значимости полученных результатов.

В **первом параграфе гл.1** приведены общие сведения о валютном рынке, его основных участниках, функциях, особенностях, а также о разновидностях заключаемых на нем сделок и их основных элементах. В главе также рассмотрены особенности валютного рынка Forex, отличающие его от прочих финансовых рынков.

Во **втором параграфе гл.1** рассмотрены основные широко распространенные на практике методы прогнозирования динамики валютных курсов, такие как фундаментальный и технический анализ, а также эконометрические методы прогнозирования временных рядов.

Среди эконометрических методов отмечены такие группы методов как методы, основанные на усреднении, регрессионные методы и методы статистики случайных процессов (в рамках моделей ARIMA и GARCH). Эконометрические методы позволяют получить ожидаемое значение валютного курса в определенный момент времени, но зачастую дают некачественные прогнозы, поскольку на рынке Forex часто меняются тенденции.

Рассмотрены методы классического технического анализа, под которыми понимаются методы построения прогнозного ожидаемого значения изучаемого финансового показателя, основанные на анализе лишь уже имеющихся статистических данных за предыдущий период времени. В рамках общей теории таких методов рассматриваются методы графического

технического анализа и современные математические индикаторы, среди которых выделяют группы трендовых индикаторов и осцилляторов.

Фундаментальный анализ изучает макроэкономические факторы, которые могут в той или иной степени влиять на динамику валютного курса. Фундаментальный анализ используется в большинстве случаев для определения глобальных тенденций в развитии экономики и как следствие применяется стратегическими инвесторами для осуществления долгосрочных инвестиций. Вместе с этим, рынок и на коротком промежутке времени (иногда в течение нескольких минут) может сильно реагировать на выход фундаментальных новостей. Рассматриваются основные макроэкономические показатели, выход которых может существенно повлиять на динамику валютных курсов.

В третьем параграфе гл.1 изложены основные положения концепции эффективного рынка. Так, рынок является эффективным, если:

1) Мгновенно производится коррекция цен, которые устанавливаются так, что оказываются в состоянии равновесия, не оставляя места участникам рынка для арбитражных возможностей – получения прибыли за счет разницы в ценах.

2) Участники рынка однородно интерпретируют поступающую информацию, при этом мгновенно корректируют свои решения при обновлении этой информации.

3) Участники рынка однородны в своих целевых установках, их действия носят рациональный характер.

В теоретических исследованиях чаще всего предполагается, что динамика курсов различных финансовых показателей, например, валютных курсов, описывается моделью:

$$P_t = P_0 e^{h_1 + h_2 + \dots + h_t},$$
$$\ln P_t = \ln P_0 + h_1 + h_2 + \dots + h_t, \quad h_t \sim N(0, \sigma).$$

Из этого можно сделать вывод о невозможности сделать прогноз будущего значения валютного курса, качество которого было бы выше, чем у тривиального прогноза $P_t = P_{t-1}$.

Помимо этого, рассмотрены методы краткосрочной торговли, не требующие какого-либо прогноза будущей динамики валютных курсов.

В первом параграфе гл.2 рассмотрен способ построения инвариантных валютных индексов, а также их приложения для целей краткосрочного прогнозирования валютных курсов и для построения стабильных агрегированных валют, обладающих постоянной меновой ценностью.

$G = \{g_1, g_2, \dots, g_n\}$ - множество валют;

$U = \{u_1, \dots, u_n\}$ – множество единиц национальных валют.

$q_i[u_i]$ – количество i -й валюты.

$c_{ij}(t) > 0$ ($i, j = 1, \dots, n$) - обменный коэффициент i -й и j -й валют, показывающий, какое количество единиц u_j валюты g_j можно приобрести в момент времени t за одну единицу u_i валюты g_i .

Рассматривается $Val(q_i[u_i])$ - функция меновой ценности количества q_i i -й валюты. При этом для двух валют обменный коэффициент равен:

$$c_{ij} = \frac{Val([u_i])}{Val([u_j])}.$$

$$NVal_i(t) = \frac{c_{ij}(t)}{\sqrt[n]{\prod_{i=1}^n c_{ij}(t)}} - \text{инвариантный валютный индекс } i\text{-й валюты.}$$

$$RNVal_i(t; t_0) = \frac{NVal_i(t)}{NVal_i(t_0)} - \text{приведенный (к моменту } t_0) \text{ валютный индекс.}$$

Агрегированная (составная) валюта:

$$AC(q) = AC(q_1, q_2, \dots, q_n) = \{q_1[u_1], q_2[u_2], \dots, q_n[u_n]\}, q_i \geq 0, q_1 + \dots + q_n > 0.$$

Приведенный (к моменту времени t_0) нормированный индекс меновой ценности агрегированной валюты:

$$Ind(w, t) = \sum_{i=1}^n w_i RNVal_i(t; t_0),$$

где весовые коэффициенты w_1, w_2, \dots, w_n , $w_i \geq 0, w_1 + w_2 + \dots + w_n = 1$, определяются выражением: $w_i = q_i c_{ij}(t_0) / \sum_{r=1}^n q_r c_{rj}(t_0)$. Весовой коэффициент w_i представляет собой долю меновой ценности валютной корзины, приходящуюся на i -ю валюту.

Мера изменчивости (волатильности) временного ряда индекса $Ind(w; t)$:

$$S^2(w) = \text{var}(w) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [Ind(w; t) - MInd(w)]^2 = \sum_{i,k=1}^n w_i w_k \text{cov}(i, k) = \sum_{i=1}^n w_i^2 s_i^2 + 2 \sum_{i,k=1}^n w_i w_k \text{cov}(i, k),$$

где $\text{cov}(i, k)$ - ковариация временных рядов $RNVal_i(t; t_0)$ и $RNVal_k(t; t_0)$, а s_i^2 - дисперсия i -го временного ряда $RNVal_i(t; t_0)$.

Минимизация волатильности индекса $Ind(w; t)$ на обучающем периоде $LP = [1, T]$:

$$\min S^2(w) = S^2(w^*), \text{ при ограничениях } w_i \geq 0, w_1 + \dots + w_n = 1$$

Вектор $w^* = (w_1^*, \dots, w_n^*)$ задает стабильную агрегированную валюту (Stable Aggregated Currency – SAC). Оптимальные количества $q_1^*, q_2^*, \dots, q_n^*$ единиц валют, составляющих стабильную агрегированную валюту, могут быть рассчитаны по формулам:

$$q_i^* = \frac{w_i^*}{c_{ij}(t_0)} \mu,$$

где μ - произвольная положительная постоянная.

Во втором параграфе гл.2 рассматриваются методы математической обработки нечисловой, неточной и неполной информации, полученной от экспертов. Приведена общая схема рандомизации экспертных оценок.

Пусть в момент t_1 имеется некоторая система (например, финансовый рынок), которая в момент t_2 может находиться в одном из n конечных состояний (альтернатив) A_1, A_2, \dots, A_n . Предположим также, что имеется m источников информации о вероятностях $p_j = P(A_j)$, $p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$, того, что система в будущем перейдет в j -состояние. Каждый i -й эксперт предоставляет информацию J_i , представляющую собой систему равенств и неравенств относительно вероятностей альтернатив p_1, p_2, \dots, p_n .

Предположим также, что лицо принимающее решение может сравнить источники информации (экспертов) по надежности, то есть имеется некоторый вектор весовых коэффициентов $w = (w_1, w_2, \dots, w_m)$, причем это знание о надежности экспертов также является, нечисловым, неточным и неполным, то есть знание об этих величинах представлено в виде некоторой системы равенств и неравенств, а не точных значений. Предполагается нормировка $w_1 + w_2 + \dots + w_m = 1$.

Все возможные векторы весовых коэффициентов $w = (w_1, w_2, \dots, w_m)$ представляют собой симплекс $W(m) = \{w = (w_1, w_2, \dots, w_m) : w_i \geq 0, w_1 + w_2 + \dots + w_m = 1\}$.

Предполагается, что компоненты вектора весовых коэффициентов $w = (w_1, \dots, w_m)$ отсчитываются дискретно с шагом $h = 1/n$, где n – число градаций значимости отдельных показателей, измеряемой весовыми коэффициентами. Таким образом, множество $W(m, n)$ всех возможных векторов весовых коэффициентов конечно и имеет конечное число $N(m, n)$ различных элементов, определяемое формулой

$$N(m, n) = \frac{(n + m - 1)!}{(m - 1)!n!}.$$

Учет имеющейся в нашем распоряжении нечисловой (порядковой), неточной (интервальной) и неполной информации о весовых коэффициентах w_1, \dots, w_m позволяет сократить множество $W(m, n)$ всех возможных векторов весовых коэффициентов до некоторого непустого множества $W(m, n; I)$ всех $N(m, n; I)$ допустимых (с точки зрения информации I) весовых векторов.

Неопределенность выбора вектора $w = (w_1, \dots, w_m)$ из множества $W(m, n; I)$ моделируется путем рандомизации этого выбора, в результате которой весовые коэффициенты превращаются в случайные величины $\tilde{w}_1(I), \dots, \tilde{w}_m(I)$, имеющие совместное равномерное распределение на множестве $W(m, n; I)$.

В качестве числовых оценок $\bar{w}_i(I)$ весовых коэффициентов, удовлетворяющих равенствам и неравенствам системы I , можно использовать, например, математические ожидания $E\tilde{w}_i(I)$ рандомизированных весовых коэффициентов $\tilde{w}_i(I)$, $i = 1, \dots, m$, образующих случайный весовой вектор $\tilde{w}(I) = (\tilde{w}_1(I), \dots, \tilde{w}_m(I))$:

$$\bar{w}_i(I) = E\tilde{w}_i(I) = \frac{1}{N(m, n, I)} \sum_{t=1}^{N(m, n, I)} w_i^{(t)}.$$

Точность таких оценок естественно определить при помощи дисперсий $sw_1^2(I), \dots, sw_m^2(I)$ соответствующих случайных "весов":

$$sw_i^2(I) = D\tilde{w}_i(I) = \frac{1}{N(m, n, I)} \sum_t^{N(m, n, I)} [w_i^{(t)} - \bar{w}_i(I)]^2.$$

Расчет вероятностей альтернатив p_1, p_2, \dots, p_n осуществляется совершенно аналогично.

Сводные оценки вероятностей альтернатив A_1, A_2, \dots, A_n по формулам:

$$p_j^* = \sum_{i=1}^m p_j^{(i)} \cdot w_i.$$

Точность этих оценок можно оценить с помощью дисперсий:

$$s^2 p_j^* = \sum_{i,k=1}^m \bar{p}_j(J_i) \bar{p}_j(J_k) \text{cov}(\tilde{w}_i(I), \tilde{w}_k(I)) + \sum_{i=1}^m (\bar{w}_i^2(J) + sw_i^2(J)) sp_i^2(J_i).$$

Далее приводится схема байесовского оценивания вероятностей альтернатив, позволяющая соединить статистическую информацию, полученную по наблюдениям за прошлым, с прогнозами экспертов.

Нами ставится задача оценки вектора вероятностей p_1, \dots, p_n альтернатив A_1, A_2, \dots, A_n , определяющего плотность распределения $f_{\tilde{m}}(m_1, \dots, m_r / p_1, \dots, p_n)$ случайной величины \tilde{x} , как задача оценки параметров p_1, \dots, p_r полиномиального распределения

$$f_{\tilde{m}}(m_1, \dots, m_n / p_1, \dots, p_n) = \frac{n!}{m_1! \cdot \dots \cdot m_n!} p_1^{m_1} \cdot \dots \cdot p_n^{m_n},$$

где $p_i \in (0,1)$ есть вероятность осуществления события A_i в последовательности m независимых испытаний с n альтернативными исходами, имеющими постоянные

вероятности p_i , $i = 1, \dots, n$, соответственно; (m_1, \dots, m_n) - вектор наблюдаемых частот появления событий A_1, \dots, A_n в m испытаниях; $m_1 + \dots + m_n = m$. Таким образом, величина $f_{\tilde{m}}(m_1, \dots, m_n / p_1, \dots, p_n)$ есть условная вероятность появления событий A_1, \dots, A_n в m испытаниях ровно m_1, \dots, m_n раз при условии, что вероятность появления каждого события A_i в одном испытании равна p_i .

Неопределенность выбора значения векторного параметра p описывается рандомизацией параметров полиномиального распределения, дающей случайный вектор параметров \tilde{p} , имеющий распределение Дирихле (обобщенное бета-распределение) с параметрами ν_1, \dots, ν_n , $\nu_i > 0$, $i = 1, \dots, n$ (априорная функция плотности вероятности):

$$f_{\tilde{p}}(p) = f_{\tilde{\beta}}(p_1, \dots, p_r; \nu_1, \dots, \nu_r) = \frac{p_1^{\nu_1-1} \cdot \dots \cdot p_r^{\nu_r-1}}{B(\nu_1, \dots, \nu_r)},$$

где $B(\nu_1, \dots, \nu_r)$ есть интеграл Дирихле (обобщенная бета-функция), задаваемый формулой:

$$B(\nu_1, \dots, \nu_r) = \int \dots \int_{S_{n-1}^*} (1 - x_1 - \dots - x_{n-1})^{\nu_r-1} \prod_{i=1}^{n-1} x_i^{\nu_i-1} dx_1 \dots dx_{n-1},$$

где интегрирование идет по единичному $(n-1)$ -мерному симплексу S_{n-1}^* , расположенному в евклидовом пространстве R^{n-1} : $S_{n-1}^* = \{(x_1, \dots, x_{n-1}) : x_1 + \dots + x_{n-1} \leq 1, x_i \geq 0, i = 1, \dots, n-1\}$.

Формулу для «гипотетической» плотности $f_{\tilde{p}}(p)$ рандомизированного вектора параметров \tilde{p} можно переписать в виде:

$$f_{\tilde{p}}(p) = f_{\tilde{\beta}}(p_1, \dots, p_r; \nu_1, \dots, \nu_n) = \frac{\Gamma(\nu_1 + \dots + \nu_n)}{\Gamma(\nu_1) \cdot \dots \cdot \Gamma(\nu_n)} p_1^{\nu_1-1} \cdot \dots \cdot p^{\nu_n-1}$$

Частные распределения обобщенного бета-распределения с параметрами ν_1, \dots, ν_n суть бета-распределения с параметрами ν_i , $\nu - \nu_i$, $i = 1, \dots, n$, где $\nu = \nu_1 + \dots + \nu_n$. Следовательно, можно найти математическое ожидание, дисперсию и ковариацию компонент случайного вектора $\tilde{p} = (\tilde{p}_1, \dots, \tilde{p}_r)$:

$$\bar{p}_i = E \tilde{p}_i = E \tilde{\beta}(\nu_i, \nu - \nu_i) = \frac{\nu_i}{\nu_1 + \dots + \nu_n} = \frac{\nu_i}{\nu},$$

$$\delta_i^2 = D \tilde{p}_i = D \tilde{\beta}(\nu_i, \nu - \nu_i) = \frac{\nu_i(\nu - \nu_i)}{\nu^2(\nu + 1)},$$

$$\delta_{ij} = \text{cov}(\tilde{p}_i, \tilde{p}_j) = \text{cov}(\tilde{\beta}(\nu_i, \nu - \nu_i), \tilde{\beta}(\nu_j, \nu - \nu_j)) = -\frac{\nu_i \nu_j}{\nu^2(\nu + 1)}, \quad i \neq j.$$

Из этих формул можно выразить параметры ν_i :

$$v = 2 \frac{\bar{p}_1 \bar{p}_2 + \bar{p}_1 \bar{p}_3 + \dots + \bar{p}_1 \bar{p}_r + \bar{p}_2 \bar{p}_3 + \dots + \bar{p}_2 \bar{p}_n + \dots + \bar{p}_{n-1} \bar{p}_n}{\delta_1^2 + \dots + \delta_n^2} - 1,$$

$$v_i = \bar{p}_i v, \quad i = 1, \dots, n.$$

Разумеется, гораздо более реалистично предположить, что у нас имеются априорные представления не о параметрах v_i бета-распределения, а о вероятностях альтернатив, полученные, например, путем рандомизации экспертных оценок.

Применяя формулу Байеса, получаем выражение для апостериорной плотности вероятности:

$$\begin{aligned} f_{\tilde{p}^*}(p_1, \dots, p_r / m_1, \dots, m_r) &= \frac{p_1^{v_1+m_1-1} \cdot \dots \cdot p_r^{v_r+m_r-1}}{B(v_1+m_1, \dots, v_r+m_r)} = \\ &= \frac{\Gamma(v_1 + \dots + v_r + m)}{\Gamma(v_1+m_1) \cdot \dots \cdot \Gamma(v_r+m_r)} p_1^{v_1+m_1-1} \cdot \dots \cdot p_r^{v_r+m_r-1}, \end{aligned}$$

из которого следует, что условный случайный вектор \tilde{p}^* , задаваемый совместной условной плотностью распределения $f_{\tilde{p}^*}(p_1, \dots, p_n / m_1, \dots, m_n)$, имеет обобщенное бета-распределение с параметрами $v_i^* = v_i + m_i$, $i = 1, \dots, n$: $\tilde{p}^* = \tilde{\beta}(v_1^*, \dots, v_n^*)$.

Частная плотность $f_{\tilde{p}_i^*}(p_i / m_1, \dots, m_n)$, описывающая распределение компоненты \tilde{p}_i^* вектора $\tilde{p}^* = \tilde{\beta}(v_1^*, \dots, v_n^*)$, совпадает с бета-плотностью $\tilde{\beta}(v_i^*, v^* - v_i^*)$, определяемой параметрами $v_i^* = v_i + m_i$, $v^* - v_i^* = v - v_i + m - m_i$, $v^* = v_1^* + \dots + v_n^* = v + m$. Иными словами, рандомизированная условная вероятность \tilde{p}_i^* имеет бета распределение: $\tilde{p}_i^* = \tilde{\beta}(v_i^*, v^* - v_i^*) = \tilde{\beta}(v_i + m_i, v - v_i + m - m_i)$. Полученное выражение для частной плотности $f_{\tilde{p}_i^*}(p_i / m_1, \dots, m_n)$ позволяет найти математическое ожидание и дисперсию условной случайной вероятности \tilde{p}_i^* :

$$\bar{p}_i^* = E \tilde{p}_i^* = E \tilde{\beta}(v_i + m_i, v - v_i + m - m_i) = \frac{v_i + m_i}{v + m},$$

$$[\delta_i^*]^2 = D \tilde{p}_i^* = D \tilde{\beta}(v_i + m_i, v - v_i + m - m_i) = \frac{(v_i + m_i)(v - v_i + m - m_i)}{(v + m)^2 (v + m + 1)}.$$

Таким образом, байесовская оценка вероятностей альтернатив позволяет согласовать экспертные оценки вероятностей p_1, p_2, \dots, p_n альтернатив A_1, A_2, \dots, A_n с эмпирической информацией об относительных частотах наступления этих альтернатив в прошлом.

В третьем параграфе гл.2 проводится статистическое исследование, посвященное выявлению актуальных закономерностей внутридневной динамики курсов валют. Методика этого исследования такова:

1) EUR/USD, GBP/USD, USD/CHF, USD/JPY – исследуемые валютные пары; отсчет данных на интервале в 15 минут каждый день 2012 г. (по 88 наблюдений для каждого из 252 рабочих дней 2012 года; всего 22176 наблюдений для каждого кросс-курса).

2) Данные за день d , приводились к начальному моменту t_0 : 00:14:59 этого же дня. Таким образом было получено 252 реализации случайного процесса внутрисуточной динамики. Для каждого сечения, соответствующего t , вычислялись: выборочное математическое ожидание m_t , выборочное стандартное отклонение σ_t и выборочный коэффициент автокорреляции $r(t, t + \lambda)$, где λ – лаг.

3) Оценки статистических параметров динамики обменных курсов (2012 год) наглядно представлены на следующих рисунках.

С помощью критерия согласия χ^2 Пирсона устанавливается, что приведенные к t_0 значения курсов в каждом сечении t в подавляющем большинстве случаев можно считать распределенными по нормальному закону $N(m_t, \sigma_t^2)$ на уровне значимости $\alpha = 0,01$.

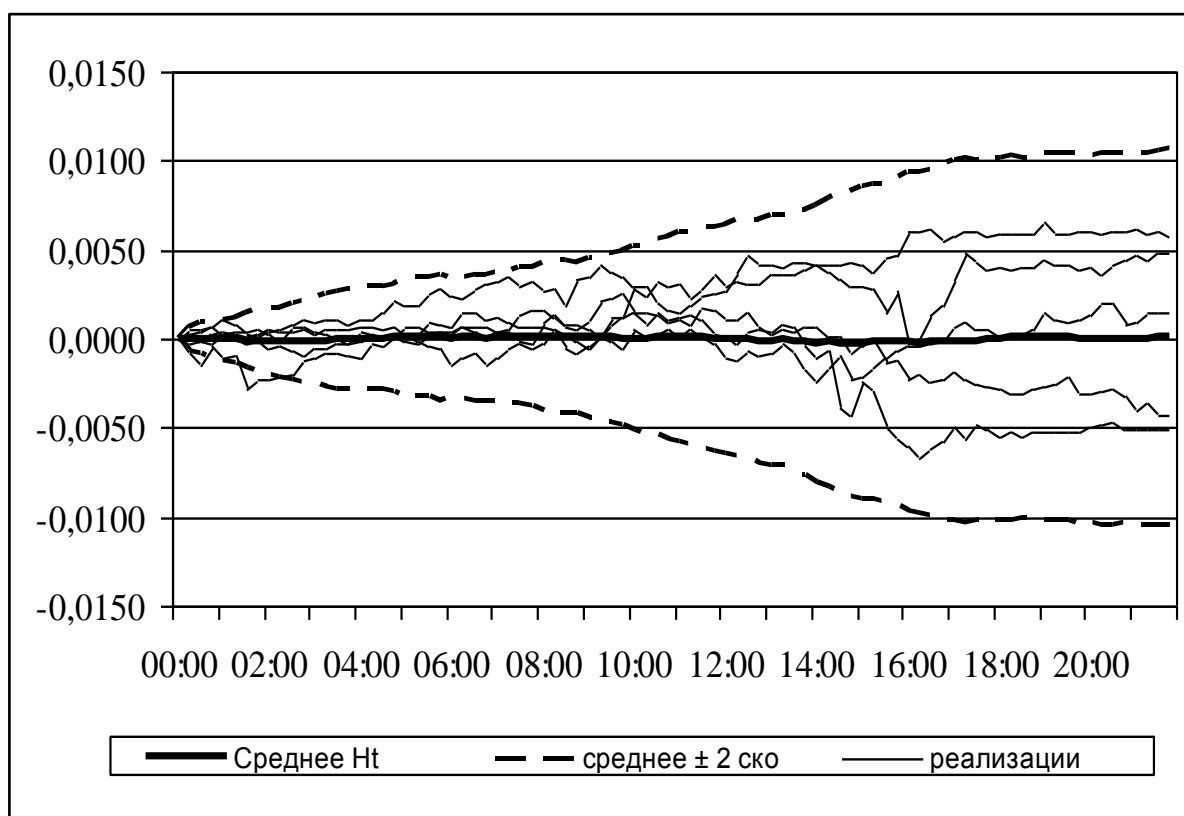


Рисунок 1 - Средние общие приращения логарифмов курса EUR/USD (по данным 2012 года), границы среднее ± 2 величины стандартного отклонения, а также отдельные реализации для разных дней

На рис. 1 представлен график усредненных (по всем торговым дням 2012 г.) общих приращений логарифмов внутридневных значений курса EUR/USD (толстая черная линия, показывающая, что рассматриваемые усредненные значения практически не отличаются от нуля). На этом же рисунке приведены графики (тонкие черные линии) отдельных реализаций (траекторий) стохастического процесса динамики логарифмов внутридневных приращений. Каждое сечение случайного процесса внутридневной динамики логарифмов приращений курса EUR/USD можно считать нормально распределенным. Линии среднее \pm два стандартных отклонения дают наглядное представление о возможных дневных подъемах и падениях долларовой курса евро.

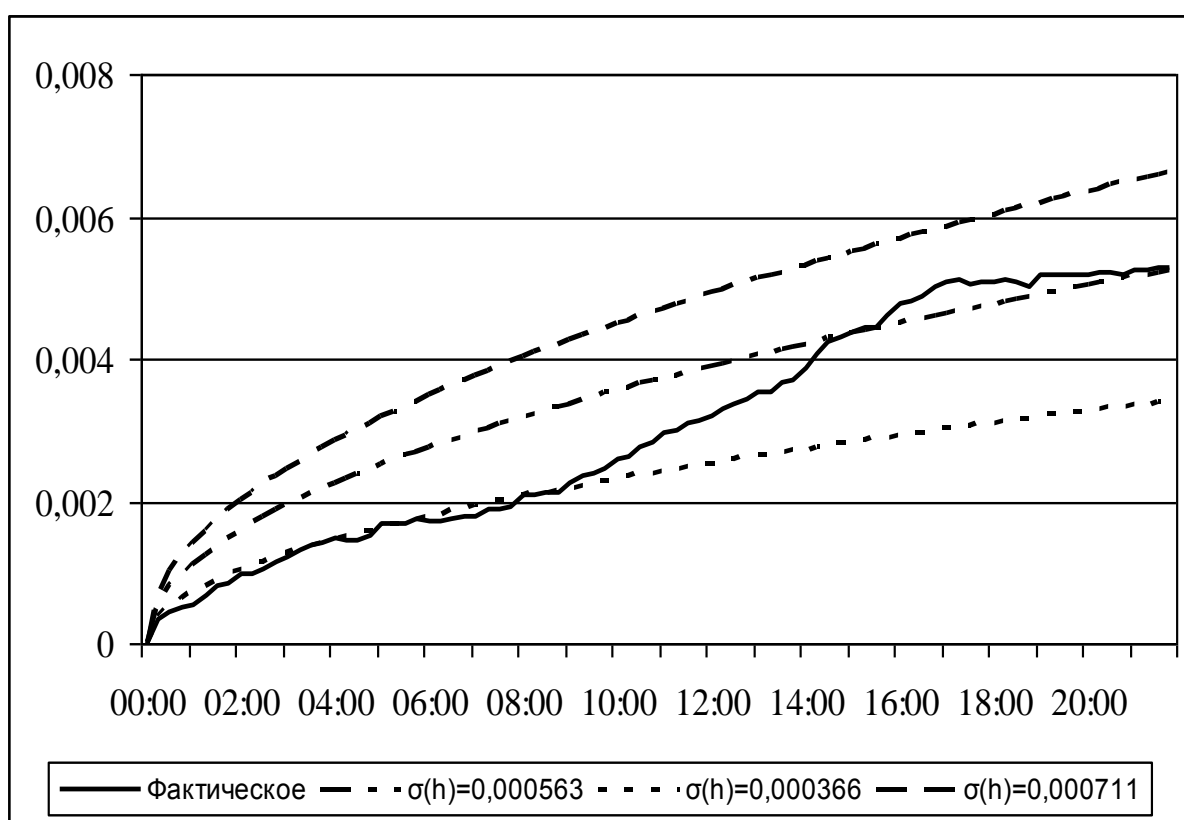


Рисунок 2 - Внутридневное изменение фактических стандартных отклонений общих приращений логарифмов курса EUR/USD (для 2012 года) и теоретических стандартных отклонений по модели броуновского движения с различными параметрами

На рис. 2 представлен фактически наблюдаемый график роста стандартного отклонения приращений логарифмов внутридневных (по всем торговым дням 2012 г.) значений курса EUR/USD (сплошная линия). На этом же рисунке приведены три «теоретических» графика (пунктирные линии), представляющие динамику роста стандартных отклонений для стохастического процесса броуновского движения при трех

различных наборах параметров. Наряду с некоторым сходством, в отдельные моменты дня имеются и существенные расхождения между «фактическим» графиком (черная линия) и тремя теоретическими графиками. Сказанное свидетельствует не в пользу гипотезы о возможности порождения фактически наблюдаемых реализаций динамики валютных курсов случайным процессом броуновского движения.

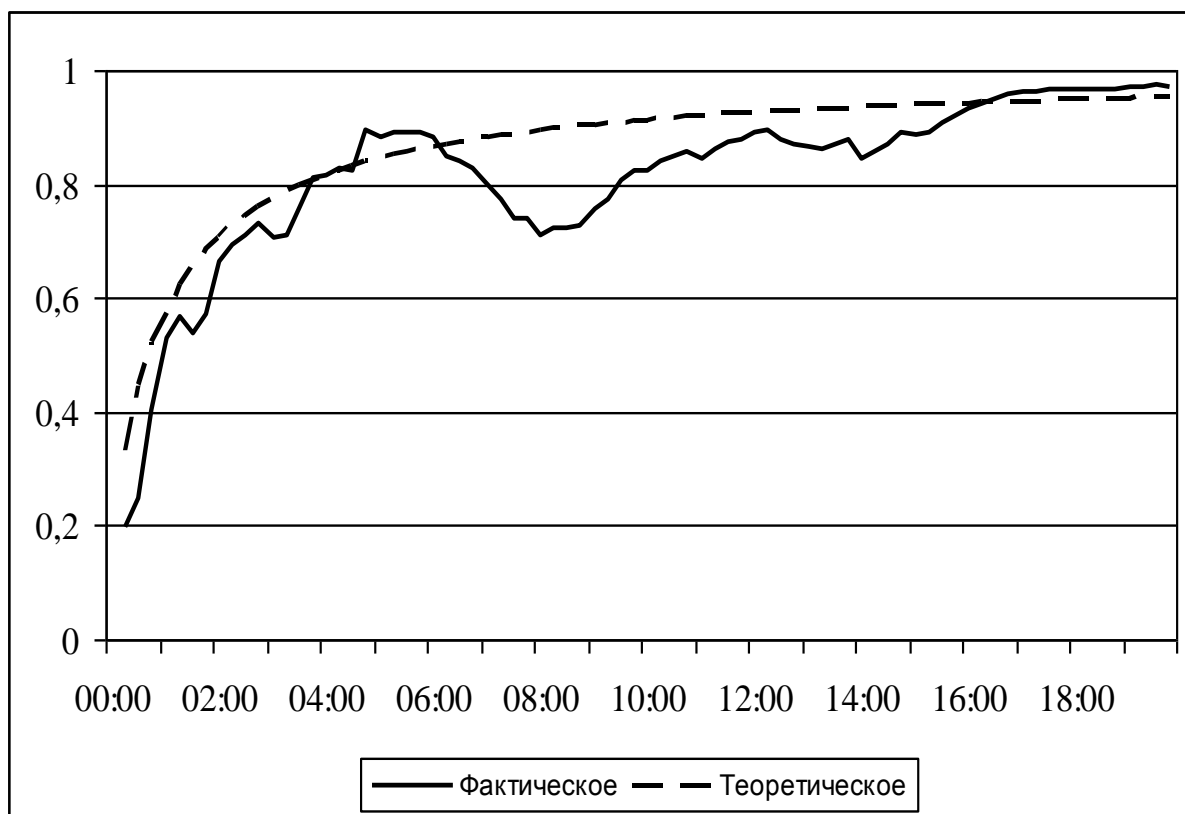


Рисунок 3 - Внутривневное фактическое изменение коэффициента автокорреляции $r(t, t + 8)$ между сечениями процесса динамики общих приращений логарифмов курса EUR/USD в 2012 году и теоретическое по модели броуновского движения

На рис. 3 представлен фактически наблюдаемый график (сплошная линия) изменения коэффициента автокорреляции между сечениями (соответствующим данному моменту t и соответствующим моменту $t + 8$, т.е. $t + 2$ часа) процесса внутривневной (по всем торговым дням 2012 г.) динамики приращений логарифмов курса EUR/USD и теоретическим изменением аналогичного коэффициента автокорреляции для стохастического процесса броуновского движения. Помимо общего сходства, наблюдаются и различия: коэффициент автокорреляции должен возрастать по модели броуновского движения, тогда как фактически имеют место промежутки его убывания.

Далее проверяется (на основе имеющегося обширного статистического материала) наличие «эффекта дня недели» для внутридневных валютных курсов. Суть этого явления заключается в том, что в разные дни недели протекают различные случайные процессы динамики курсов.

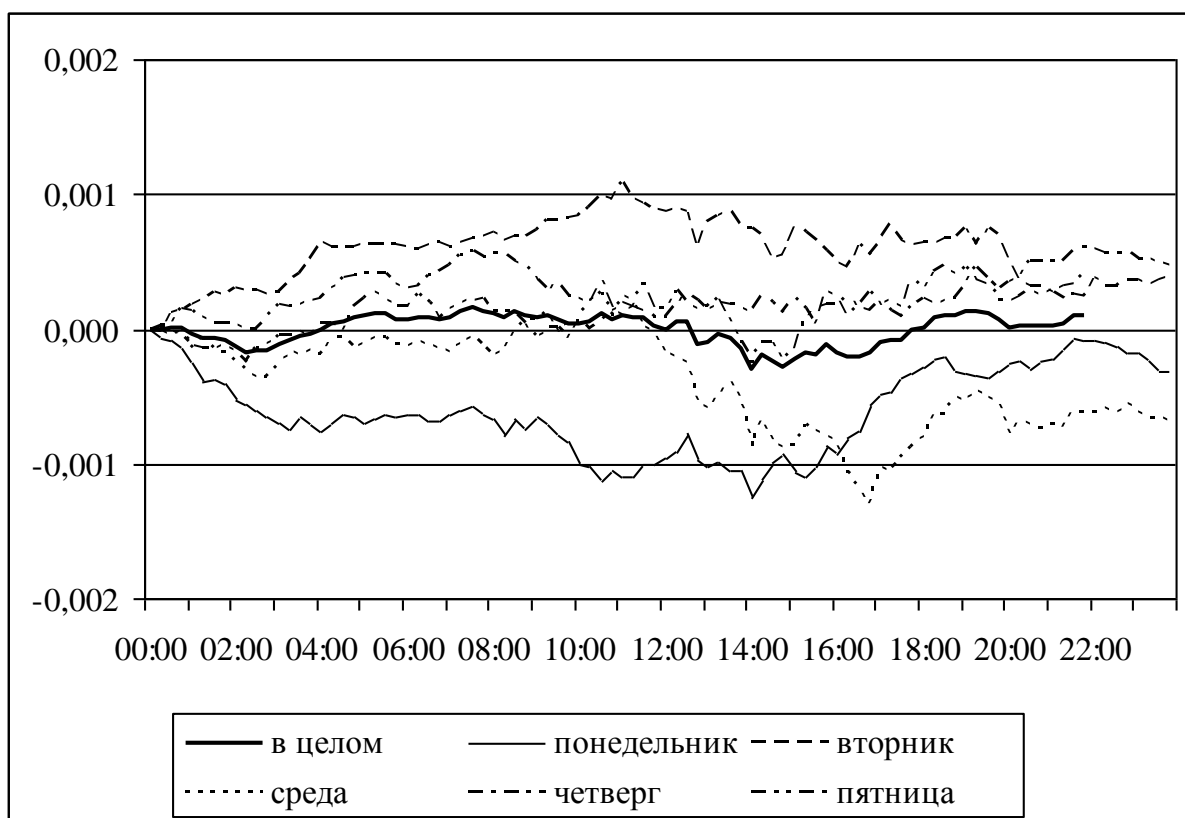


Рисунок 4 - Средние общие приращения логарифмов курса EUR/USD, рассчитанные по всем торговым дням 2012 года и по отдельным дням недели

На рис. 4 представлен график усредненных (по всем торговым дням 2012 г.) общих приращений логарифмов внутридневных значений курса EUR/USD (черная линия), а также графики усредненных приращений логарифмов (цветные линии) по отдельным дням недели (за 2012 год). Можно видеть, что для каждого дня недели характерна своя динамика валютного курса. Например, в понедельник курс EUR/USD в среднем снижается, тогда как во вторник он в среднем растет. С помощью критерия Стьюдента на уровне значимости $\alpha = 0,05$ было установлено, что наблюдаемые эффекты статистически значимы. Например, среднее значение общих приращений логарифмов курса EUR/USD в 10:00 понедельника значимо отличается от 0.

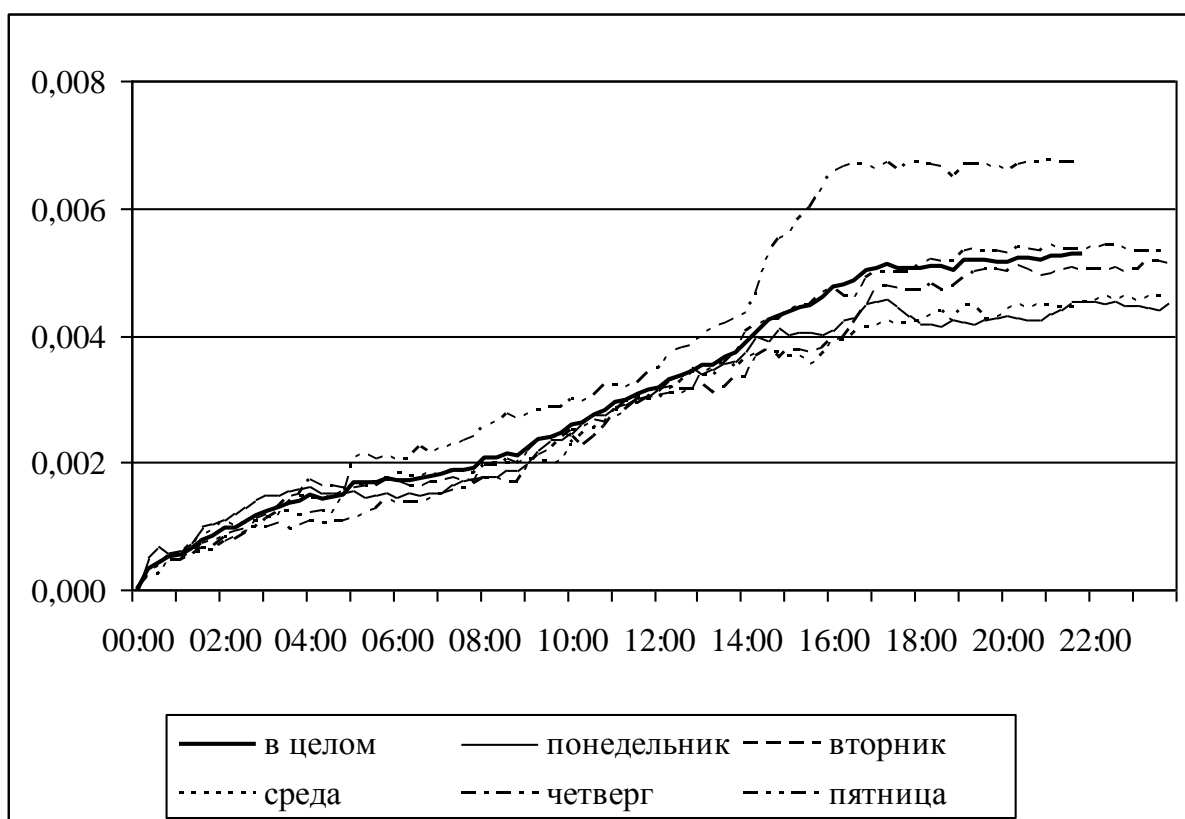


Рисунок 5 - Стандартные отклонения общих приращений логарифмов курса EUR/USD, рассчитанные по всем торговым дням 2012 года и по отдельным дням недели

На рис. 5 представлен график роста стандартного отклонения приращений логарифмов внутридневных (по всем торговым дням 2012 г.) значений курса EUR/USD (черная линия), а также графики роста стандартного отклонения для отдельных дней недели (цветные линии). Как и в случае средних значений, для каждого дня недели характерна своя картина роста стандартного отклонения. Например, стандартное отклонение приращений логарифмов курса EUR/USD в 16:00 пятницы в 1,5 раза выше, чем аналогичное стандартное отклонения для понедельника. Таким образом, в пятницу курс EUR/USD более волатилен, чем в остальные дни.

Для остальных валютных курсов также были выявлены "эффекты дня недели", заключающиеся в том, что для каждого дня характерна своя особенная картина динамики курса (рост или снижение) и волатильности, т.е. можно сказать, что в разные дни недели протекают разные случайные процессы.

В первом параграфе гл.3 приводятся результаты статистического исследования, посвященного выявлению актуальных закономерностей внутридневной динамики инвариантных индексов 5-ти основных простых валют: CHF, EUR, GBP, JPY, USD.

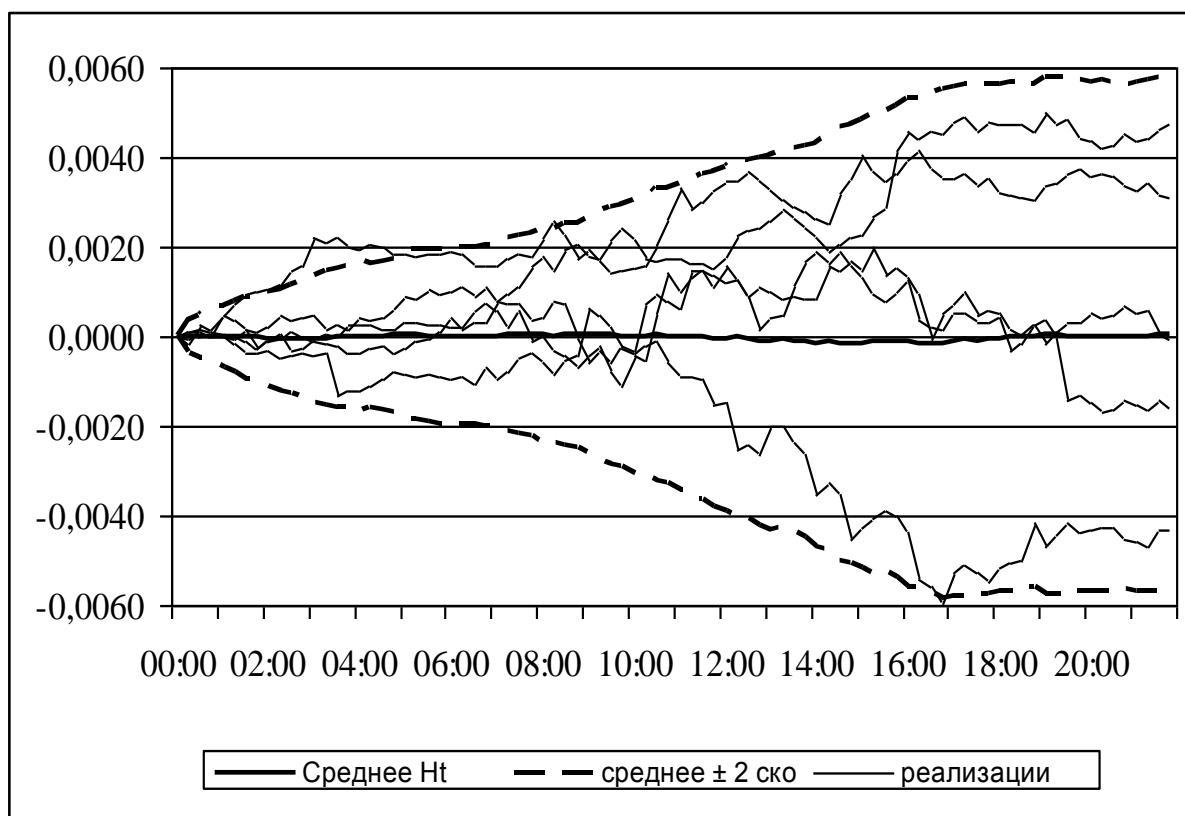


Рисунок 6 - Средние логарифмы индекса RNVal EUR (по данным 2012 года), границы среднее ± 2 величины стандартного отклонения, а также отдельные реализации для разных дней

На рис. 6 представлен график усредненных (по всем дням 2012 г.) логарифмов внутридневных значений индекса RNVal EUR (толстая черная линия). На этом же рисунке приведены графики (тонкие черные линии) отдельных реализаций (траекторий) стохастического процесса динамики логарифмов индекса RNVal EUR. Линии среднего \pm два стандартных отклонения дают наглядное представление о возможных дневных изменениях меновой ценности евро. Можно видеть, что поведение инвариантных валютных индексов в целом схоже с поведением котировок валютных пар, рассмотренным ранее. Вместе с этим, валютные индексы менее волатильны, чем валютные курсы.

Как и в случае валютных пар, существование статистически значимого «эффекта дня недели» характерно и для валютных индексов, то есть для меновой ценности валют.

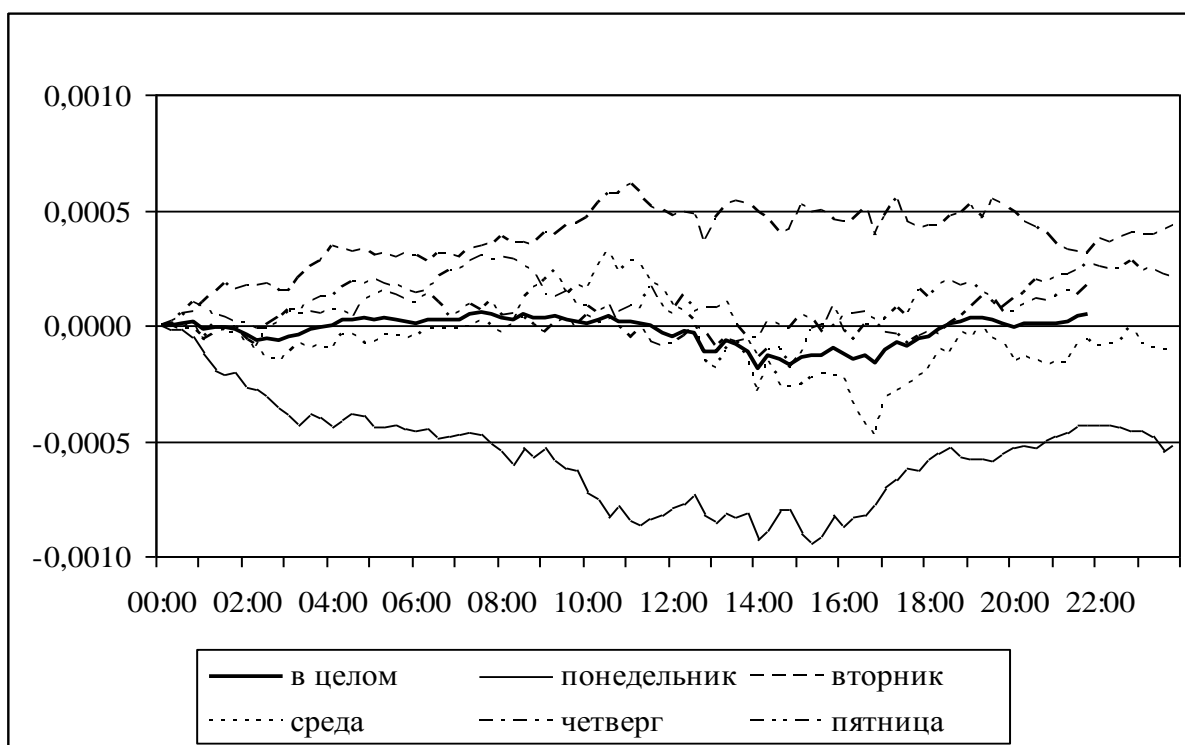


Рисунок 7 - Средние значения логарифмов индекса RNVal EUR, рассчитанные по всем торговым дням 2012 года и по отдельным дням недели

На рисунке 7 представлен график усредненных (по всем дням 2012 г.) логарифмов внутридневных значений индекса RNVal EUR (черная линия), а также графики усредненных логарифмов (цветные линии) по отдельным дням недели (за 2012 год). Как и в случае валютных курсов, для каждого дня недели характерна своя динамика валютного индекса. Например, в понедельник меновая ценность единой европейской валюты в среднем снижается, а во вторник, наоборот, растет.

Во втором параграфе гл.3 по данным за 2011 год строится стабильная агрегированная валюта SAC(2011). Параметры для ее построения приведены в табл. 1.

Стабильная агрегированная валюта строится по данным за 2011 год.

Таблица 1. Параметры для построения SAC(2011).

Валюта	CHF	EUR	GBP	JPY	USD
w_i	0,1883	0,2067	0,1994	0,2073	0,1983
$c_{ij}(t_0)$	CHF/USD	EUR/USD	GBP/USD	JPY/USD	USD/USD
	1,0702	1,3347	1,5567	0,012312	1
q_i	0,1760	0,1548	0,1281	16,8355	0,1983

Проводится сопоставление динамики ее меновой ценности с меновыми ценностями простых валют на примере американского доллара на данных 2012 года – тестовый период (testing period).

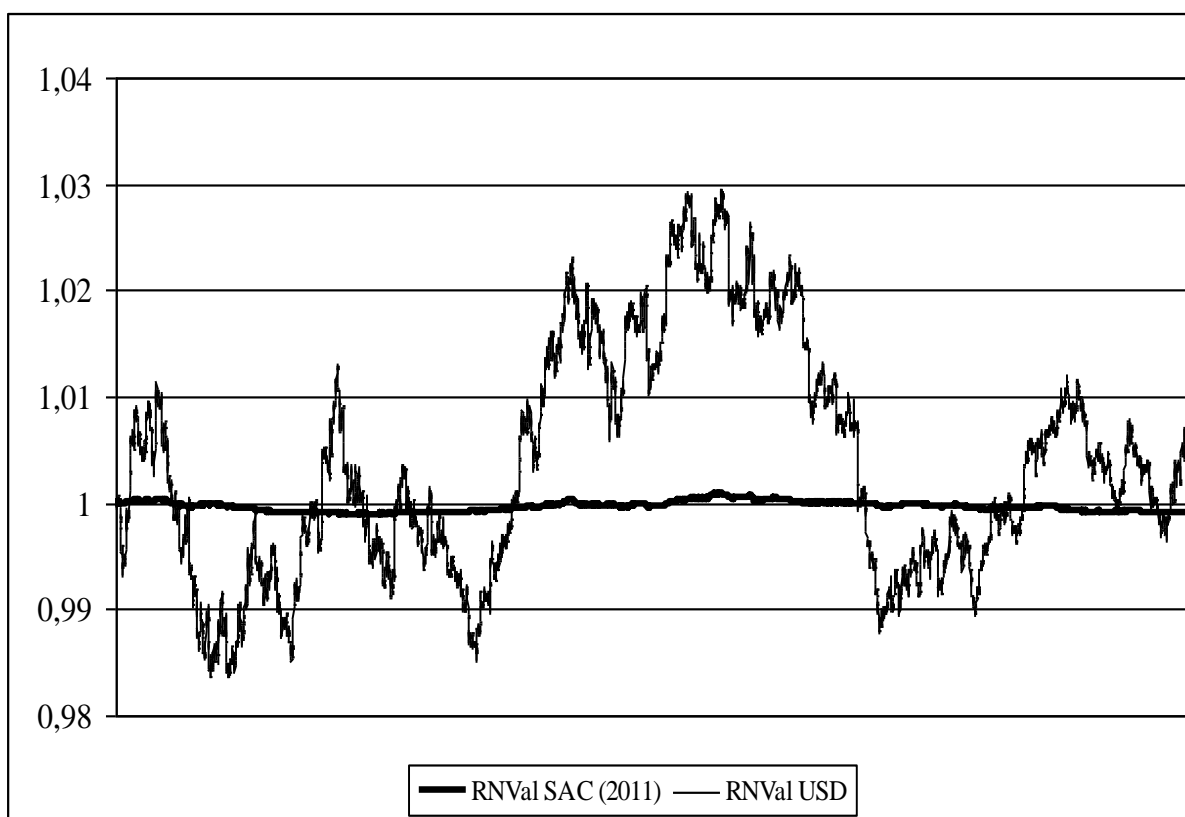


Рисунок 8 - Динамика нормированных инвариантных индексов стабильной агрегированной валюты SAC(2011) и американского доллара в 2012 году

На рис. 8 приведена картина динамики нормированного инвариантного индекса RNVal SAC(2011) построенной стабильной агрегированной валюты SAC(2011) в 2012 году (синяя линия), а также динамика индекса RNVal USD американского доллара в этом же году (красная линия). Как можно видеть, на длительных периодах времени стабильная агрегированная валюта характеризуется гораздо меньшей волатильностью меновой ценности, чем американский доллар.

Далее изучается внутрисуточная динамика индекса меновой ценности стабильной агрегированной валюты.

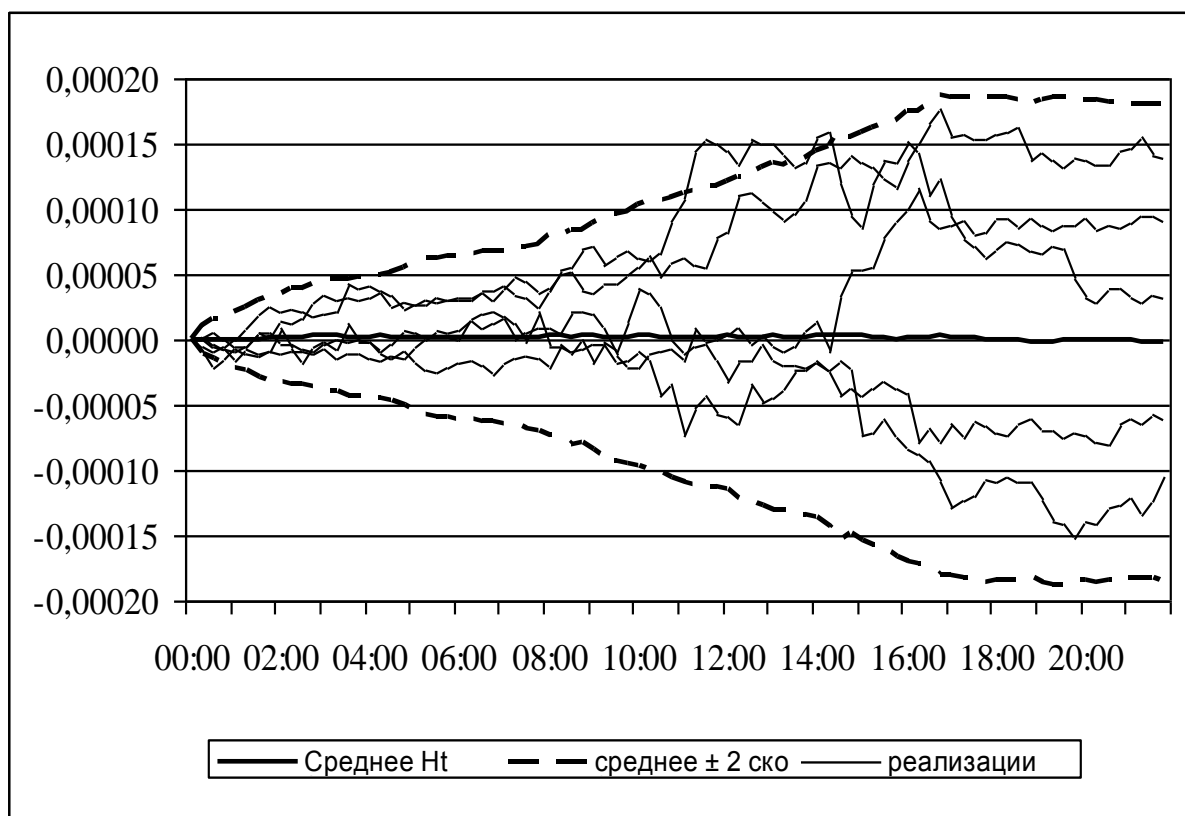


Рисунок 9 - Средние логарифмы индекса RNVal SAC(2011) (по данным 2012 года), границы среднее ± 2 величины стандартного отклонения, а также отдельные реализации для разных дней

На рис. 9 представлен график усредненных (по всем дням 2012 г.) логарифмов внутрисуточных значений индекса RNVal SAC(2011) (толстая черная линия). На этом же рисунке приведены графики (тонкие черные линии) отдельных реализаций (траекторий) стохастического процесса динамики логарифмов индекса RNVal SAC(2011). Линии среднего \pm два стандартных отклонения дают наглядное представление о возможных дневных изменениях меновой ценности стабильной агрегированной валюты.

В целом внутрисуточное поведение стабильной агрегированной валюты SAC (2011) не отличается от поведения валютных пар и монетарных индексов национальных валют. Вместе с этим, агрегированная валюта SAC(2011) характеризуется гораздо меньшей волатильностью по сравнению с простыми валютами. В табл. 2 сопоставлены стандартные отклонения логарифмов индексов RNVal простых валют и агрегированной валюты SAC(2011) в течение дня для 2012 года.

Таблица 2. Сопоставление стандартных отклонений величин H_t монетарных индексов простых валют и стабильной агрегированной валюты SAC(2011) (по данным за 2012 год)

Валюта	Показатель	Время						
		3:00	6:00	9:00	12:00	15:00	18:00	21:00
SAC	$\sigma_t(SAC)$	0,00002	0,00003	0,00004	0,00006	0,00008	0,00009	0,00009
USD	$\sigma_t(USD)$	0,00067	0,00098	0,00116	0,00157	0,00224	0,00265	0,00284
	$\frac{\sigma_t(USD)}{\sigma_t(SAC)}$	34	33	29	26	28	29	32
EUR	$\sigma_t(EUR)$	0,00071	0,00097	0,00134	0,00191	0,00251	0,00283	0,00285
	$\frac{\sigma_t(EUR)}{\sigma_t(SAC)}$	36	32	34	32	31	31	32
GBP	$\sigma_t(GBP)$	0,00044	0,00061	0,00103	0,00154	0,00192	0,00235	0,00236
	$\frac{\sigma_t(GBP)}{\sigma_t(SAC)}$	22	20	26	26	24	26	26
CHF	$\sigma_t(CHF)$	0,00067	0,00090	0,00124	0,00179	0,00235	0,00272	0,00275
	$\frac{\sigma_t(CHF)}{\sigma_t(SAC)}$	34	30	31	30	29	30	31
JPY	$\sigma_t(JPY)$	0,00126	0,00180	0,00252	0,00327	0,00402	0,00462	0,00459
	$\frac{\sigma_t(JPY)}{\sigma_t(SAC)}$	63	60	63	55	50	51	51

Можно видеть, что стандартное отклонение величин H_t меновой ценности стабильной агрегированной валюты SAC(2011) в любой момент в течение торгового дня в десятки раз меньше, чем у любой из простых валют изучаемого набора.

В третьем параграфе гл.3 предлагается экономико-математическая модель хеджирования краткосрочных валютных рисков с помощью стабильных агрегированных валют.

Предлагается следующий алгоритм хеджирования валютных рисков. Пусть C_1 - валюта платежа, например, российский рубль или американский доллар.

1) В начале дня в момент $t = t_0$ по обменному курсу $(C_1 / SAC)_{t_0} = NVal_i(t_0) / NVal SAC(t_0)$ производится обмен имеющегося количества $x(t_0)$ валюты C_1 на эквивалентное количество стабильной агрегированной валюты.

2) В конце дня в момент $t=T$ производится обратный обмен стабильной агрегированной валюты SAC на количество $x(T) = x(t_0) \cdot \frac{(C_1/SAC)_{t_0}}{(C_1/SAC)_T}$ валюты C_1 .

Поскольку меновая ценность агрегированной валюты SAC в течение дня остается практически постоянной, то, следовательно, и суммы $x(t_0)$ валюты C_1 в начале дня и $x(T)$ в конце дня имеют одинаковую меновую ценность (хотя сами суммы $x(t_0)$ и $x(T)$ при этом могут оказаться различными). Таким образом, валютный риск в значительной степени устраняется.

Сказанное можно представить в более общем виде при помощи хеджирующей функции $H(t)$:

$$H(t) = \frac{(C_1/SAC)_{t_0}}{(C_1/SAC)_t},$$

где t принимает дискретные значения от t_0 до T .

Для большего удобства предлагаются новые финансовые инструменты - сделки по валютным парам $C_1/SAC, \dots, C_N/SAC$. Операции по ним можно совершать и для увеличения имеющейся меновой ценности, т.е. в спекулятивных целях. Для этого предлагается обменивать с использованием заемных средств валют C_1, \dots, C_N на SAC или наоборот SAC на C_1, \dots, C_N , т.е. совершать операции по предложенным финансовым инструментам. При этом трейдер будет стараться увеличить меновую ценность, а не просто номинальное значение имеющегося в его распоряжении депозита. В этом состоит выгодное отличие предлагаемых инструментов от традиционных валютных пар.

Для прогнозирования динамики курсов $C_1/SAC, \dots, C_N/SAC$ могут применяться методы технического и фундаментального анализа, рассмотренные в главе 1 диссертационного исследования, а также методы обработки экспертной и статистической информации, рассмотренные в разделе 2 второй главы.

В **заключении** сформулированы основные выводы и результаты диссертационной работы.

III. ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Статьи в рецензируемых научных журналах, рекомендованных ВАК:

- 1) Колодко Д.В. Нестационарность и самоподобие валютного рынка Forex // Электронный научный журнал «Управление экономическими системами» №3, 2012. URL:
http://www.uecs.ru/index.php?option=com_flexicontent&view=items&id=1144
- 2) Колодко Д.В. Экспертное краткосрочное прогнозирование валютного рынка Forex // Электронный научный журнал «Управление экономическими системами» №4, 2012. URL:
http://www.uecs.ru/index.php?option=com_flexicontent&view=items&id=1225
- 3) Колодко Д.В. «Эффект дня недели» на валютном рынке Forex // Электронный научный журнал «Управление экономическими системами» №5, 2012. URL:
http://www.uecs.ru/index.php?option=com_flexicontent&view=items&id=1330
- 4) Колодко Д.В. Мониторинг валютного рынка Forex с помощью различных типов скользящих средних // Электронный научный журнал «Управление экономическими системами» №1, 2013. URL:
http://uecs.ru/index.php?option=com_flexicontent&view=items&id=1958

Статьи в сборниках:

- 5) Колесов Д.Н., Колодко Д.В., Хованов Н.В. Байесовская оценка распределения значений финансово-экономических показателей: теория и возможные применения // Применение математики в экономике. Сборник статей. Выпуск 19. СПб.: Нестор-История, 2012. С. 107-127.