

## ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу  
ГУЛИЦКОГО Николая Михайловича  
«РЕНОРМГРУППОВОЙ АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ ТУРБУЛЕНТНОГО  
ПЕРЕНОСА И МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ»  
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-  
математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика

Работа Н.М. Гулицкого посвящена изучению статистических моделей турбулентного переноса и магнитогидродинамической (МГД) турбулентности методами квантовой теории поля, в особенности ренормализационной группы и операторного разложения. Изучалось явление аномального скейлинга, особое внимание уделялось эффектам анизотропии. Для ряда моделей явно вычислены в одно- и двухпетлевом приближении РГ аномальные показатели, характеризующие поведение различных корреляционных функций. Для модели с сильной анизотропией обнаружено нарушение скейлинга и появление логарифмических поправок.

Проблема перемежаемости и аномального скейлинга в развитой гидродинамической турбулентности привлекает постоянное внимание на протяжении многих лет. Флуктуации турбулентной среды являются сильно негауссовыми (редкие события вносят аномально большой вклад в статистику), что проявляется в сингулярной (обычно считается, что степенной) зависимости корреляционных функций от интегрального масштаба турбулентности и расстояний. Несмотря на определенные успехи, проблему нельзя признать окончательно решенной: для вычисления аномальных показателей не существует последовательной схемы, подобной, например,  $\epsilon$ -разложению в теории критического состояния.

Оказывается, что аномальный скейлинг сильнее проявляется для задач турбулентного перемешивания скалярного поля (температура, концентрация примеси), а еще заметнее – для векторного поля, например в МГД турбулентности.

Примером развитой МГД турбулентности являются процессы в солнечной короне. В солнечных вспышках высокоэнергичные и сильно анизотропные крупномасштабные движения сосуществуют с мелкомасштабными когерентными структурами, ответственными за диссипацию. Таким образом, описание процессов, в которых энергия перераспределяется по спектру и в конечном счете диссипирует, является сложной задачей. При этом перемежаемость существенно меняет поведение корреляционных функций высших порядков и приводит к возникновению аномального скейлинга.

Обычное упрощенное описание ситуации состоит в том, что крупномасштабное поле выделяет определенное направление, тогда как динамика флуктуаций в перпендикулярной плоскости описывается как квазидвумерная. Однако наблюдения показывают, что скейлинговое поведение в солнечной короне ближе к обычному аномальному скейлингу в трехмерной турбулентности, так что дальнейшее изучение проблемы в рамках более реалистических моделей остается весьма актуальной задачей. Такое исследование и является целью представленной работы.

В ней рассматривается турбулентный перенос пассивного векторного поля, когда обратным влиянием на динамику жидкости можно пренебречь (кинематическое приближение), причем рассматривается обобщенная "А-модель", содержащая как частные случаи МГД турбулентность, линейризованное уравнение Навье-Стокса и т.н. линейную модель с давлением. Для описания поля скоростей турбулентной жидкости выбираются известный ансамбль Казанцева-Крейчнана, стохастическое уравнение Навье-Стокса для несжимаемой вязкой жидкости и сильно анизотропный ансамбль типа Авельянеды-Майда. В первых двух случаях установлено наличие аномального скейлинга и вычислены соответствующие аномальные показатели, причем для модели Крейчнана – в двухпетлевом приближении. Насколько мне известно, на момент публикации это был первый двухпетлевой расчет аномальных показателей для векторного случая.

Я не буду подробно излагать содержание диссертации по главам, а остановлюсь на наиболее интересном, с моей точки зрения, результате, который относится к А-модели с ансамблем скоростей Авельянеды-Майда.

В теоретико-полевом подходе к явлению аномального скейлинга в турбулентности, развитом в работах Л.Ц. Аджемьяна, Н.В. Антонова и А.Н. Васильева, ключевую роль играют размерности т.н. составных полей ("составных операторов" в квантово-полевой терминологии). В простых случаях аномальный показатель в некоторой корреляционной функции определяется скейлинговой размерностью некоторого конкретного оператора. В рассмотренной модели оказывается необходимым рассматривать не индивидуальные операторы, а некоторые конечные семейства ("смешивание" при ренормировке). Обычно такие матрицы диагонализуются. В таких случаях размерности операторов определяются собственными числами некоторых матриц.

В данном случае была изучена бесконечная серия семейств операторов, определяющих аномальное поведение корреляционных функций сколь угодно высокого порядка. Оказалось, что все они нильпотентны и могут быть приведены не к диагональной, а к жордановой форме. Это приводит к кардинальному изменению асимптотического поведения корреляционных

функций – вместо степенных аномалий возникают логарифмические (по интегральному масштабу) поправки к скейлингу. Это интересный и неожиданный эффект, причем он не является аналогом появления “больших логарифмов” в моделях сильных взаимодействий – здесь логарифмы возникают в результате нетривиального смешивания составных операторов.

Мне не известны другие подобные примеры в моделях теории поля, хотя логарифмические поправки к степенным законам обсуждаются на гипотетическом уровне в некоторых задачах самоорганизующейся критичности. Было бы интересно подробнее исследовать аналогию между этими явлениями.

Диссертация является законченным оригинальным исследованием, выполненным на высоком научном уровне. Диссертант продемонстрировал свободное владение математическим аппаратом современной квантовой теории поля. Представленное полное доказательство нильпотентности бесконечного набора матриц ренормировки вызывает особое уважение.

Диссертация хорошо написана и построена. Особо отмечу, что автор существенно переработал тексты своих отдельных журнальных публикаций и представил единый цельный текст, который мог бы служить методическим пособием как введение в предмет – применение аппарата ренормгруппы и операторного разложения в статистических моделях турбулентного переноса.

Все основные результаты диссертации являются новыми; они своевременно и полно опубликованы и представлены лично автором на международных научных конференциях и семинарах.

Достоверность полученных результатов обеспечивается как использованием мощного и хорошо развитого математического аппарата квантовой теории поля, так и сравнением с результатами, известными ранее для различных частных случаев.

У меня нет каких-либо существенных замечаний к работе.

Можно надеяться, что автор в дальнейшем продолжит исследования в данной области, используя развитый в диссертации подход. Очередными задачами могут стать обобщение полученных результатов на случай сильно анизотропного ансамбля с конечным временем корреляции, обобщение двухпетлевого вычисления на случай  $A$ -модели, учет сжимаемости жидкости для ансамбля Навье-Стокса.

С более общей точки зрения, разработанные в диссертации методы могут найти применение в исследовании разнообразных неравновесных задач статистической физики, которым свойственно масштабно-инвариантное

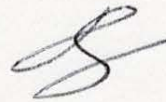
поведение: модели разделения фаз и случайного роста областей новой фазы, роста поверхностей раздела и т.п. Полученные результаты должны стимулировать новые экспериментальные и теоретические исследования по МГД турбулентности в реальных системах. Этим определяется их практическая ценность.

Результаты работы своевременно и полно опубликованы. Содержание и количество публикаций отражают содержание работы. Автореферат соответствует диссертации.

Все сказанное выше позволяет заключить, что диссертационная работа «РЕНОРМГРУППОВОЙ АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕНОСА И МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ» отвечает всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям по специальности 01.04.02 – теоретическая физика, а ее автор, Гулицкий Николай Михайлович, несомненно заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Ведущий научный сотрудник лаборатории математических проблем физики Санкт-Петербургского Отделения Математического Института им. В.А. Стеклова РАН,

доктор физ.-матем. наук,  
С.Э.Деркачев



Дата:

17. 11. 2014



Подпись руки

Деркачев С.Э.

УДОСТОВЕРЯЮ

Помощник директора

по кадрам ПОМИ РАН

Т.А.Долженкова

17 ноября

2014 г.

наб. р. Фонтанки 27,  
Санкт-Петербург,  
191023

тел. 312-40-58

e-mail: [derkach@pdmi.vas.ru](mailto:derkach@pdmi.vas.ru)