

На правах рукописи

Красников Сергей Владиленович

ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНА С НЕСТАНДАРТНЫМИ ПРИЧИННЫМИ  
СВОЙСТВАМИ

01.04.02 - теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук

Санкт-Петербург

2014

Работа выполнена в Главной (Пулковской) астрономической обсерватории РАН.

Официальные оппоненты: д. ф.-м. н., профессор Арефьева Ирина Ярославна, ведущий научный сотрудник Математического института им. В. А. Стеклова РАН;

д. ф.-м. н., профессор Бронников Кирилл Александрович, главный научный сотрудник Центра гравитации и фундаментальной метрологии ВНИИМС;

д. ф.-м. н., Павлов Юрий Викторович, ведущий научный сотрудник ИПМаш ФАНО

Ведущая организация: Российский университет дружбы народов

Защита состоится “\_\_\_” \_\_\_\_\_ 2014 года в \_\_\_ часов на заседании диссертационного совета Д 212.232.24 при Санкт-Петербургском государственном университете по адресу: 199004, Санкт-Петербург, Средний пр. В/О, д. 41/43, ауд. 304.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке Санкт-Петербургского государственного университета по адресу: 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб. 7/9 и на сайте <http://spbu.ru/science/disser>.

Автореферат разослан “\_\_\_” \_\_\_\_\_ 2014 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
д. ф.-м. н.

Аксёнова Е. В.

## Общая характеристика работы

**Актуальность темы исследования и степень ее разработанности.** Вопрос о том, может ли цепь причин и следствий замкнуться в кольцо, может ли, например, человек попасть в своё прошлое, интересует людей уже не первую тысячу лет. Однако адекватный язык начал формироваться лишь с конца 19-го века, когда усилиями таких людей, как Уэллс, Минковский и Эйнштейн, укоренилось представление о времени, как атрибуте 4-мерного объекта, который мы теперь называем пространством Минковского. Это представление легло в основу специальной теории относительности и тем самым породило третий — почти эквивалентный каждому из двух предыдущих — вопрос: можно ли превысить скорость света?

Через несколько лет была создана *общая* теория относительности, согласно которой геометрия Вселенной гораздо сложнее и допускает (хотя бы в принципе) самые разнообразные «патологии»: ручки, изломы, замкнутые геодезические и пр. В результате вопрос о максимальной скорости сильно усложнился (трудно стало даже определить понятие расстояния). Проблема же соблюдения причинности приобрела совершенно новый аспект: среди прочих нетривиальных особенностей в пространстве-времени могут найтись и самопересекающиеся времениподобные кривые, а исключить возможность *таких* нарушений причинности уже гораздо сложнее, чем происходящих в пространстве Минковского. Эйнштейна по его более позднему признанию эта проблема беспокоила уже в процессе создания общей теории относительности (ОТО). Он пытался её прояснить, однако в этом не преуспел [1].

Несколько следующих десятилетий не принесли заметного прогресса, хотя обсуждаемая проблема помимо самостоятельной ценности приобрела существенное значение и для других областей физики. Так, апелляция к принципу причинности стала распространённым аргументом против теорий, содержащих тахионы или газ с уравнением состояния, приводящим к скорости звука большей, чем скорость све-

та, против неинфляционных космологических моделей с их «проблемой горизонта» и т. д.

Вышесказанное и обусловило актуальность темы данного исследования, которая косвенно подтверждается и всплеском публикаций на тему «машин времени» (то есть пространств-времён с замкнутыми непространственноподобными кривыми), сверхсветового сообщения и т. п., начавшимся со статьи Морриса и Торна [2] и продолжающимся без заметного затухания по сей день.

Факт, обсуждавшийся в [2] состоял в том, что никакие очевидные соображения не исключают, во-первых, существования во Вселенной макроскопических проходимых «туннелей», называемых в русской традиции кротовыми норами или кротовинами, и, во-вторых, превращения этих туннелей в машины времени. Однако невыясненным осталось множество принципиально важных вопросов:

— Существуют ли сами кротовины требуемого типа? Теорема Гегароча [3] запрещает их создание (без нарушения глобальной гиперболичности), но можно представить, что макроскопические кротовые норы существовали во Вселенной изначально. Правда, согласно аргументам Пэйджа [2] они не могли быть проходимыми, если только не удерживались от коллапса «экзотическим», то есть нарушающим слабое энергетическое условие, веществом, однако границы справедливости этих аргументов неясны (доказательство Фридмана–Шляйх–Витта теоремы о «топологической цензуре» [4] содержит, как выяснилось, пробелы [5]).

— Кротовина приводит к нарушению причинности потому, что она, грубо говоря, соединяет события в пространстве Минковского, которые в отсутствие этой кротовины были бы причинно независимы. Может ли таким свойством обладать какое-нибудь более «реалистичное» пространство — назовём его *лазом*, — которое не содержало бы, в частности, нестягиваемых кривых, как кротовина, или некомпактных искривлённых областей, как космическая струна? Ответ на этот вопрос может быть утвердительным, как показал пример, найденный Алькубиерре [6]. Однако предложенная им конструкция содержала тахионы. Это делало её в некоторой степени бессмысленной и заставляло задаться вопросом, какие *вообще* ограничения на скорость накладывает ОТО?

— Если для создания машины времени использовать вместо кротовых нор что-нибудь другое (например, два лаза), не позволит ли это обойтись без экзотической материи? На этот вопрос частично ответил Хокинг, доказав, что слабое энергетическое условие нарушается в каких-нибудь точках *любого* горизонта Коши, если

он *компактно порождён* (то есть полностью захвачен в прошлом некоторым компактом  $\mathcal{K}$ ), а поверхность Коши  $\mathcal{S}$  исходной глобально гиперболической области некомпактна [7] (иначе говоря машина времени не имеет космологического характера).

— Само по себе нарушение слабого энергетического условия служит доводом против существования соответствующего пространства-времени только в классическом случае. Доподлинно известно, что *квантовые* эффекты могут нарушать *любые* локальные энергетические условия. Что привело к вопросу, не могут ли такие эффекты удержать реликтовую кротовину от коллапса на время достаточное для того, чтобы досветовая частица пролетела через неё? В частности, следуя Сушкову [8], можно предположить существование кротовой норы такой формы, что поляризация вакуума, вызванная кривизной, создаст тензор энергии-импульса как раз вида, нужного для её поддержания («самосогласованная кротовина»). С другой стороны, существует гипотеза [9], основанная на аналогии с плоским [10] или искривлённым двумерным [11] случаями, что упомянутые нарушения подчиняются некоторому «квантовому неравенству» [12]. Если эта гипотеза — она была выдвинута и поддержана Романом, Фордом, Фьюстером и др. — верна, то некоторые грубые оценки, полученные ими в сотрудничестве с Пфеннингом [13] и Эвереттом [14], показывают, что на практике создание кротовых нор и аналогичных пространств невозможно по «энергетическим» соображениям.

— Как определить (не)существование кротовых нор *наблюдательно*? Ограничения, полученные Торресом и др. [15], распространяются только на норы очень специального типа (их массы, в частности, должны быть отрицательны). Для получения более строгой оценки нужно знать больше об особенностях физики в окрестностях кротовой норы. Естественно, например, ожидать, что в её присутствии достаточно необычно ведёт себя электрическое поле. Так, Уилер обратил внимание на то, что кротовина может создавать поле, имитирующее поле заряда [16]. Этот факт был уточнён Хуснутдиновым и Бахматовым, которые заметили [17], что пробный заряд вблизи кротовой норы будет подвержен ещё и *самодействию* (правда, величина последнего была найдена в некотором неявном и немотивированном предположении). Случай внутримировой кротовой норы ещё сложнее: как указали Новиков и Фролов, созданное ею электростатическое поле может оказаться *непотенциальным* [18].

— Устойчив ли процесс формирования машины времени? В двух наиболее лёг-

ких для анализа случаях (пространство Мизнера и простейшая машина времени на основе кротовины Морриса–Торна) появлению горизонта Коши предшествует возникновение «опасной» светоподобной геодезической, которая возвращается бесконечно много раз в сколь угодно малую окрестность некоторой точки со всё большим синим смещением. Насколько общим является это свойство? Можно ли, например, избавиться от него, придав устьям кротовой норы вращение, как предположил Новиков [19]? Неустойчивость, связанную с опасной геодезической можно устранить, просто поместив между входами кротовой норы поглощающий экран. Но не свидетельствует ли само её существование о *квантовой* неустойчивости? Ещё в 1982 г. Хискок и Конковский обнаружили с помощью «метода изображений», что в пространстве Тауба-НУТ вакуумное ожидание тензора энергии-импульса конформно связанного скалярного поля расходится на горизонте Коши [20]. Затем этот результат был воспроизведён для разных машин времени и разных полей в большом числе работ. На это можно было бы не обращать внимания, так как метод изображений математически некорректен, но позже Юртсевер получил похожий результат [21] и без использования этого метода.

— Как «заставить» пространство-время эволюционировать требующимся нам образом? Частично эту проблему можно, как кажется, решить, заменив по предложению Новикова и Фролова перемещение устьев (непонятно, как их перемещать) слабым внешним гравитационным полем [18]. Однако это не решает основную проблему: как обеспечить единственность эволюции пространства-времени (или хотя бы неизбежность нарушения им причинности), не имея возможности ограничиться глобально гиперболическими пространствами (машина времени заведомо таковым не является)?

**Целью** настоящей работы является теоретическое исследование возможности нарушения причинности и, в частности, ограничений на скорость передачи сигнала. Для достижения этой цели ставятся следующие **задачи**:

- Сформулировать свойство математической модели Вселенной (пространства-времени с заданными на нём полями), соответствующее принципу причинности и прояснить логический статус этого свойства (следствие ОТО? эмпирический факт? независимый постулат?);
- Выявить ограничения, налагаемые теорией относительности на скорость. Дать адекватное определение «скорости гравитации» и найти способ сравнения её

со скоростью света;

- Разработать понятие, объединяющее кротовую нору, пузырь Алькубиерре, трубу Красникова и аналогичные им средства «сверхсветового» перемещения. Исследовать их основные свойства;
- Исследовать классическую устойчивость машин времени с компактно порождённым горизонтом Коши: выяснить условия, при которых исходная глобально гиперболическая область содержит «опасную» геодезическую;
- Исследовать квантовую устойчивость машин времени, рассчитав в простейшем случае (безмассовое скалярное поле в пространстве Мизнера) вакуумное ожидание тензора энергии-импульса и выяснив при каких значениях параметров задачи это ожидание расходится на горизонте Коши;
- Продемонстрировать на конкретном примере возможность отсутствия у машины времени сингулярностей, «опасных» светоподобных геодезических и нужды в экзотической материи;
- Доказать, что любое пространство-время может проэволюционировать за горизонт Коши, не нарушая при этом условия причинности, то есть, что в рамках классической теории относительности машину времени невозможно *создать*;
- Создать модель пустой (с классической точки зрения) сферически симметричной кротовой норы, возникшей в ранней Вселенной, и выяснить влияние поляризации вакуума на её проходимость;
- Выяснить универсальность запрета на создание лазов, налагаемого квантовым неравенством;
- Рассчитать взаимодействие точечного электрического заряда с простейшей кротовой норой.

**Научная новизна, теоретическая и практическая значимость работы** заключается в том, что результаты, которые впервые получены в ней, значительно приближают нас к выяснению того, могут ли существовать в природе такие явления, как нарушения причинности и сверхсветовое сообщение. В частности, впервые:

— введена и исследована система понятий, позволяющая в общем случае сравнивать скорость распространения гравитации и скорость света. Доказано, что в глобально гиперболическом случае первая не превышает вторую, если выполняются некоторые обычные условия включая те, что обеспечивают единственность решения задачи Коши для уравнений Эйнштейна;

— разработана концепция «лаза», объединяющая кротовую нору, пузырь Алькубиерре, трубу Красникова и аналогичные им средства «сверхсветового» перемещения. Доказано, что существование лаза не исключается квантовым неравенством;

— доказано, что развитию компактно определённого горизонта Коши хронологически предшествует появление «опасной» геодезической;

— найдена машины времени лишённая известных патологий: сингулярностей, «опасных» светоподобных геодезических и нужды в экзотической материи;

— доказано, что *создать* машину времени в рамках классической теории относительности невозможно;

— доказано *отсутствие* квантовой неустойчивости формирования машины времени в простейшем случае (безмассовое скалярное поле в пространстве Мизнера): наравне с состояниями, в которых ожидание тензора энергии-импульса расходится на горизонте Коши, найдены вакуумы, в которых оно регулярно;

— построена модель пустой (с классической точки зрения) сферически симметричной кротовой норы, возникшей в ранней Вселенной, и показано, что при определённых значениях её параметров она становится проходимой на макроскопическое время

— найдено самодействие точечного неподвижного электрического заряда в присутствии короткой безмассовой кротовой норы. При этом в отличие от предшествующих работ свободная часть электрического поля не фиксировалась физически не мотивированным условием.

— впервые доказано, что любая точка произвольного пространства-времени обладает предкомпактной выпуклой окрестностью, которая, как самостоятельное пространство-время, глобально гиперболична. Этот факт сильно облегчает некоторые доказательства.

**Методы исследования.** Диссертация состоит из двух частей, одна из которых посвящена исключительно классическому, а вторая полуклассическому рассмотрению. Соответственно, в первой части используется стандартный общерелятивистский метод: Вселенная описывается пространством-временем, после чего исследуе-



мые проблемы переводятся на язык дифференциальной геометрии. Вторая же часть отличается тем, что вместо уравнений Эйнштейна предполагаются выполненными их полуклассические аналоги: справа стоит не тензор энергии-импульса, а среднее по некоторому состоянию от соответствующей квантовой наблюдаемой. Находится эта величина стандартными методами теории квантованных полей в искривлённом пространстве.

**Положения, выносимые на защиту:**

**1.** Доказана теорема, гласящая, что любая точка произвольного пространства-времени обладает предкомпактной выпуклой окрестностью, которая, как самостоятельное пространство-время, глобально гиперболична.

**2.** Формализовано представление о «скорости распространения гравитации», для чего введено понятие *альтернативы* так, что *сверхсветовая альтернатива* соответствует интуитивному представлению о гравитационном сигнале, распространяющемся быстрее света. *Полусверхсветовая альтернатива* описывает ситуацию, в которой материальное тело движется медленнее света, но быстрее, чем двигался бы пробный фотон во вселенной, которая отличается от рассматриваемой тем фактом (и его следствиями), что в ней этот фотон был испущен *вместо* упомянутого тела. Доказано, что

**а)** Альтернатива, в которой оба пространства-времени глобально гиперболичны, не может быть полусверхсветовой.

**б)** В некоторых естественных предположениях условия, обеспечивающие единственность решения задачи Коши для уравнений Эйнштейна, исключают сверхсветовые альтернативы.

**3.** Введено понятие лаза, как пространства-времени, полученного такой деформацией некоторого времениподобного цилиндра в пространстве Минковского, что благодаря ей точки снаружи от цилиндра, бывшие пространственноподобно разделёнными в исходном пространстве, становятся причинно связанными. Предложен лаз, имеющий топологию  $\mathbb{R}^4$  (в отличие от кротовой норы) и не нуждающийся в тахионах (в отличие от пузыря Алькубиерре в той его версии, которая создаётся самим перемещающимся «быстрее света» телом). Доказано, что существование лазов не исключается «квантовым неравенством».

4. Сформулирована и доказана теорема, утверждающая, что если компактно множество  $\overline{J^-(\mathcal{U})} \cap J^+(\mathcal{S}_0)$ , где  $\mathcal{U}$  — открытое подмножество горизонта, а  $\mathcal{S}_0$  — какая-нибудь поверхность Коши исходной глобально гиперболической области  $M^t$ , то хронологическое прошлое  $\mathcal{U}$  содержит «опасную» геодезическую. [Через  $J^-(A)$  обозначается причинное прошлое  $A$ , определяемое, как множество всех точек, достижимых из  $A$  по направленным в прошлое непространственноподобным кривым. Аналогично, с заменой прошлого на будущее, определяется множество  $J^+(A)$ ].
5. Построена машина времени, лишённая известных патологий, а именно: сингулярностей, «опасных» светоподобных геодезических и нужды в экзотической материи.
6. Для свободного безмассового скалярного поля в пространстве Мизнера найдено квантовое состояние, в котором ожидание тензора энергии-импульса не расходится на горизонте Коши.
7. Сформулирована и доказана теорема, гласящая, что для любого пространства-времени  $U$  найдётся включающее его максимальное пространство-время  $M^{\max} \supset U$ , не содержащее новых, то есть покидающих хронологическое прошлое  $U$  в  $M^{\max}$ , замкнутых причинных кривых. Более того, доказано, что утверждение остаётся в силе, даже если определение пространства-времени дополнить произвольным локальным условием.
8. Построена модель пустой сферически симметричной кротовой норы, возникшей в ранней Вселенной, и показано, что за счёт испарения при определённых значениях её параметров она становится проходимой на макроскопическое время.

**Личный вклад автора** Содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы. Все представленные в диссертации результаты получены лично автором.

**Достоверность** полученных результатов и выводов зиждется на использовании надёжно проверенных — экспериментально и теоретически — принципов квантовой теории поля и общей теории относительности. Она подтверждается тем, что подавляющая часть представляемых результатов была опубликована в известных

журналах и изложена на представительных научных мероприятиях, перечисленных ниже, что позволяло получить отклик широкого круга специалистов..

**Апробация работы.** Основные результаты докладывались на следующих конференциях:

The Second Alexander Friedmann International Seminar on Gravitation and Cosmology, Санкт-Петербург, 1993;

Quantum Field Theory under the Influence of Extremal Conditions, Лейпциг, 1995;

8-th Marcel Grossman Meeting, Иерусалим, 1997;

Workshop on Superluminal(?) Velocities, Кёльн, 1998;

Space Technology Applications International Forum, Альбукерке, 1999;

Space Technology Applications International Forum, Альбукерке, 2000;

V международная конференция по космомикрoфизике, Москва – СПб, 2001;

11th UK Conference on the Philosophy of Physics, Оксфорд, 2002;

Time and Matter, Венеция, 2002;

International V. A. Fock School for Advances of Physics, Санкт-Петербург, 2004;

International conference on gravitation, cosmology, and astrophysics, Москва, 2006;

Российская летняя школа-семинар Modern theoretical problems of gravitation and cosmology, Казань–Яльчик, 2007;

Fifth International School on Field Theory and Gravitation, Куяба, 2009;

International Conference RUDN-10, Москва, 2010

и на научных семинарах:

кафедры физики высоких энергий и элементарных частиц СПбГУ,

отдела теоретической астрофизики АКЦ ФИАН,

Лондонского Imperial College,

Туринской Quantum Information Group,

Брюссельского Starlab.

А также на Петербургских межвузовских семинарах по космологии и гравитации при РГПУ им. А. И. Герцена.

## Цитированная литература

- [1] Эйнштейн А. Собрание научных трудов в четырех томах. М.: Наука, 1967.
- [2] Morris M. S., Thorne K. S. Wormholes in spacetime and their use for interstellar travel: A tool for teaching general relativity // Am. J. Phys.. - 1988. - V.56. - P.395.
- [3] Хокинг С., Эллис Дж.. Крупномасштабная структура пространства-времени. - М.: Мир, 1977.
- [4] Friedman J. L., Schleich K., Witt D. M. Topological censorship // Phys. Rev. Lett.. - 1993. - V.71. - P.1486.
- [5] Krasnikov S. Topological censorship is not proven // Gravitation and Cosmology. - 2013. - V.19. - P.195.
- [6] Alcubierre M. The warp drive: hyperfast travel within general relativity // Class. Quantum Grav.. - 1994. - V.11. - P.L73.
- [7] Hawking S. W. Chronology protection conjecture // Phys. Rev. D. - 1992. - V.46. - P.603.
- [8] Sushkov S. V. A selfconsistent semiclassical solution with a throat in the theory of gravity // Phys. Lett. A. - 1992. - V.164. - P.33.
- [9] Ford L. H., Roman T. A. Quantum field theory constrains traversable wormhole geometries // Phys. Rev. D. - 1996. - V.53. - P.5496.
- [10] Ford L. H., Roman T. A. Averaged energy conditions and quantum inequalities // Phys. Rev. D. - 1995. - V.51. - P.4277.

- [11] Flanagan É. É. Quantum inequalities in two dimensional curved spacetimes // Phys. Rev. D. - 2002. - V.66. - 104007.
- [12] Pfenning M. J., Ford L. H. *Quantum inequality restrictions on negative energy densities in curved spacetimes* arXiv:gr-qc/9805037
- [13] Pfenning M. J., Ford L. H. The unphysical nature of “Warp Drive” // Class. Quantum Grav. - 1997. - V.14. - P.1743.
- [14] Everett A. E., Roman T. A. Superluminal subway: the Krasnikov tube // Phys. Rev. D. - 1997. - V.56. - P.2100.
- [15] Torres D. F., Romero G. E., Anchordoqui L. A. Might some gamma ray bursts be the observable signature of natural wormholes? // Phys. Rev. D. - 1998. - V.58. - 123001.
- [16] Wheeler J. A. Geometrodynamics. - New York: Academic Press, 1992.
- [17] Khusnutdinov N. R., Bakhmatov I. V. Self-force of a point charge in the space-time of a symmetric wormhole // Phys. Rev. D. - 2007. - V.76. - 124015.
- [18] Frolov V. P., Novikov I. D. Physical effects in wormholes and time machines // Phys. Rev. D. - 1990. - V.42. - P.1057.
- [19] Новиков И. Д. Анализ работы машины времени // ЖЭТФ. - 1989. - V.68. - P.439.
- [20] Hiscock W. A., Konkowski D. A. Quantum vacuum energy in Taub-NUT-type cosmologies // Phys. Rev. D. - 1982. - V.26. - P.1225.
- [21] Yurtsever U. Classical and quantum instability of compact Cauchy horizons in two dimensions // Class. Quantum Grav.. - 1991. - V.8. - P.1127.
- [22] O’Neill B. Semi-Riemannian geometry. - New York: Academic Press, 1983.

## Основное содержание диссертации

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, представлено современное состояние рассматриваемых в диссертации проблем (полу)классической гравитации, сформулированы цели и задачи работы, даётся представление о её основном содержании, перечислены основные положения, выносимые на защиту.

Глава 1 носит технический характер. Первые её четыре параграфа являются введением в псевдориманову геометрию, основной математический аппарат, используемый в диссертации. В них определяются такие фундаментальные понятия, как выпуклость, причинная простота, глобальная гиперболичность и т. п. Сообщаются основополагающие факты: теоремы Уайтхеда и Геароуча, лемма Гаусса, теоремы о свойствах горизонтов Коши и т. д. В 1. § 5 вводятся уже новые объекты — совершенно простые множества. Так названы пространства-времена  $V$  такие, что всякое множество  $A \in R(V)$  выпукло, внутренне глобально гиперболично, и с любыми двумя точками  $p, q$  содержит также и пару точек  $r, s$  таких, что  $p, q \in \langle r, s \rangle_A$ . Здесь  $R(V)$  — это множество всех областей вида  $\langle a, b \rangle_V$ , а через  $\langle x, y \rangle_M$  обозначается множество всех точек, которые можно соединить с  $x$  и  $y$  времениподобными, направленными, соответственно в прошлое и в будущее кривыми, лежащими в области  $M$ . Совершенно простые множества используются в главе 5, в обсуждаемом же параграфе доказывается их существование в любом пространстве-времени. Наконец, в 1. § 6 строго описывается процедура получения новых пространств «разрезанием» и «склеиванием» исходных. Этот метод часто используется в дальнейшем, а его недостаточно аккуратное использование, несмотря на наглядность и кажущуюся простоту, приводит иногда к серьёзным ошибкам.

Глава 2 посвящена некоторым основополагающим физическим понятиям и принципам. Она представляет собой компромисс между необходимостью формализации таких понятий, как локальность и причинность, при анализе «светового барьера» или путешествий во времени, с одной стороны, и чрезвычайной трудностью физиче-

ского (в отличие от философского) рассмотрения столь «простых и самоочевидных» концепций. В §1 для свойств и условий определяется понятие локальности. Пусть  $\mathcal{C}$  есть множество всех пространств-времён, удовлетворяющих некоторому условию  $c$  (обладающих свойством  $c$ ). Тогда условие (свойство)  $c$  называется *локальным*, если для любого открытого покрытия  $\{V_\alpha\}$  произвольного пространства-времени  $M$  справедлива следующая эквивалентность

$$M \in \mathcal{C} \quad \Leftrightarrow \quad V_\alpha \in \mathcal{C} \quad \forall \alpha.$$

Это определение позволяет формулировать и доказывать в главе 5 утверждения справедливые не только в ОТО, но и в любой её возможной версии, если таковая отличается от сегодняшней только добавлением каких-то локальных требований (скажем, какого-нибудь энергетического условия).

В следующем параграфе выясняется, в каком смысле теория относительности запрещает сверхсветовые скорости, как это связано с «принципом причинности» и каков статус последнего. Развиваемый в этом параграфе подход неприменим, однако, к гравитации. В теории относительности (за пределами теории возмущений) вообще трудно придать смысл понятию «скорость распространения гравитации». Действительно, *4-мерная* Вселенная не эволюционирует («блок-вселенная»). А гравитация есть форма этого «неменяющейся», «постоянной» Вселенной. Что можно было бы назвать её скоростью? Тем не менее, осмыслен вопрос о том, не передаётся ли сигнал — пусть, он испущен в некоторой точке  $s$  — гравитацией быстрее, чем светом. Для исследования этого вопроса в 2. §2 н°4 рассматриваются *пары* пространств-времён  $M_{1,2}$ , которые можно было бы считать описывающими два разных продолжения общей предыстории, включающей в себя историю, вплоть до  $s$ , наблюдателя, посылающего сигнал. Чтобы оправдать такую интерпретацию  $M_{1,2}$  от них требуется существование изометричных подмножеств; они-то и описывают эту предысторию. Причём, эти подмножества предполагаются множествами прошлого (то есть их хронологические прошлые принадлежат им; очевидно подмножества разных пространств — даже изометричные — не описывают *одну и ту же* область Вселенной, если их обитатели помнят *разное*). Предлагаемая конструкция реализована в понятии *альтернативы*, которая определяется, как пара  $(M_k, s_k)$ ,  $k = 1, 2$  максимальных пространств-времён с отмеченными точками, в которых существуют связные открытые множества прошлого  $N_k \supset (J^-(s_k) - s_k)$  и изометрия  $\phi$ , отображающая  $N_1$  на  $N_2$ , а  $J^-(s_1) - s_1$  на  $J^-(s_2) - s_2$ . Для данной альтернативы пара  $N_1, \phi$

не обязана быть единственной, может существовать целое семейство  $\{N_1^\alpha, \phi^\alpha\}$  таких пар. Через  $(N_1^*, \phi^*)$  обозначим какой-нибудь из *максимальных* (по включению) элементов этого семейства (такие элементы всегда существуют). Тогда *фронтами* называются множества  $\mathcal{N}_k \Leftarrow \text{Bd}N_k^*$ , причём фронт  $\mathcal{N}_k$  называется *сверхсветовым*, если  $\mathcal{N}_k \not\subset \overline{J^+(s_k)}$ . Теперь вопрос о том, допускает ли некоторая теория сверхсветовое распространение гравитации, сводится к вопросу о том, допустимы ли в ней альтернативы со сверхсветовыми фронтами (то есть согласны ли мы приписать различия между  $M_1$  и  $M_2$  различию в событиях, имеющих место в  $s$ ). В обсуждаемом параграфе доказывается, что в глобально гиперболическом случае фронты никакой альтернативы не могут быть оба сверхсветовыми, (то есть скорость гравитации не превосходит скорости света), если выполняются — достаточно нетривиальные — условия, обеспечивающие единственность решений уравнений Эйнштейна.

Специфика геометрии как переносчика информации приводит к принципиальной возможности ещё одного сверхсветового феномена — «полусверхсветовой» передаче сигнала. Так названа ситуация, описываемая альтернативой, в которой только один из фронтов является сверхсветовым. В 2. § 2<sup>о</sup> 5 доказывается, что полусверхсветовой не может быть альтернатива, в которой оба пространства-времени „достаточно хороши“, а именно, глобально гиперболичны.

Наконец, 2. § 3 посвящён ещё одному источнику непрерывных трений между теорией относительности и нерелятивистским здравым смыслом. Если пространство-время, описывающее Вселенную, не глобально гиперболично, то пропадает возможность представлять его геометрию, как результат некоторой «эволюции», или, иначе говоря, как решение некоторой задачи Коши с начальными данными, заданными на какой-нибудь поверхности одновременности. Серьёзность проблемы иллюстрируется кратким анализом безуспешных попыток Геароуча и Пенроуза преодолеть упомянутую непредсказуемость эволюции. Параграф не содержит самостоятельных результатов и нужен, исключительно как основа для соответствующих построений в главах 4 и 5.

В главе 3 рассматривается ещё одна разновидность перемещений, которые можно считать сверхсветовыми. Это перемещение — оно по условию происходит между точками одной плоской области  $U$  пространства-времени, — которое занимает меньше времени, чем оно заняло бы у фотона, будь  $U$  частью пространства Минковского.  $U$  называется *лазом* и имеет своим определяющим свойством существование такой изометрии  $\chi: (M - \bar{U}) \rightarrow (\mathbb{L}^4 - \bar{C})$ , где  $C$  — времениподобный цилиндр



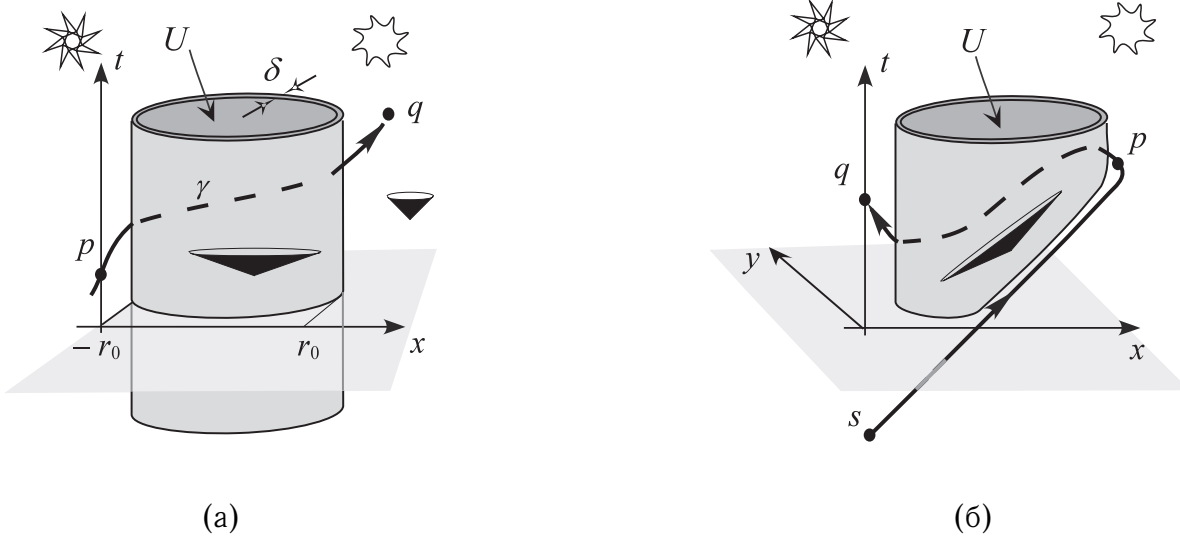
в пространстве Минковского  $\mathbb{L}^4$ , и такой пары точек  $p, q \in (M - \bar{U})$ , что

$$p \in J^-(q), \quad \chi(p) \notin J^-[ \chi(q) ].$$

Широко известный пример лаза — кротовая нора (что это такое, обсуждается в 3. § 2). Как средство межзвёздных путешествий кротовая нора, даже когда она проходима (то есть не успеваает, в отличие от моста Эйнштейна–Розена, схлопнуться раньше, чем путешественник пролетит через неё), имеет ряд нежелательных свойств. Так, может оказаться, что нор (уже) нет в природе. А *изготовление* норы там, где её изначально не было, потребовало бы изменения топологии, что ничуть не проще, чем само превышение скорости света. Эта проблема не возникает в случае лаза, называемого «пузырём Алькубиерре», см. обсуждаение в 3. § 3, так как его топология — просто  $\mathbb{R}^4$ . Это пространство-время, см. рисунок 1а, плоско везде, кроме стенок некоторого «пузыря», обладающего тем замечательным свойством, что расстояние между точками его стенок изнутри, много меньше, чем то же расстояние, измеренное снаружи. Этот лаз обладает своим «недостатком»: хотя изготовление искусственного пузыря позволит экспедиции вернуться на Землю почти мгновенно, к цели ей всё же придётся лететь с досветовой скоростью. Так что, суммарное время первого путешествия сократится не более чем в два раза. Эта проблема снимается в «трубе Красникова» — лазе, представляющим собой «почти машину времени»: путешественник в этом пространстве возвращается назад через положительное (нарушений причинности не требуется), но произвольно маленькое время, см. рисунок 1б.

Все три упомянутых лаза нуждаются в «экзотическом веществе» то есть в веществе с отрицательной плотностью энергии (и, значит, могли бы существовать только за счёт квантовых эффектов), однако не исключено, см. обсуждение на стр. 98 и в А. § 2, что это не столько свойство данной разновидности сверхсветовых перемещений, сколько результат неудачного определения.

В следующей главе вводится, в § 1, понятие машины времени, как пространства-времени, в котором существуют замкнутые непространственноподобные кривые, лежащие целиком к будущему от некоторого глобально гиперболического множества, после чего излагаются результаты, относящиеся к её специальным разновидностям. Так, § 2 посвящён машинам времени, в которые превращаются двумерные цилиндры. Простейшая из них, называемая пространством Мизнера, известна своими крайне необычными свойствами. Она исследуется в первом пункте. В следующем



(a)

(б)

Рис. 1: а) Двигатель Алькубиерре. Внутренность  $U$  плоская, но световые конусы там открыты (в этих координатах) шире, чем в пространстве Минковского. Поэтому даже очень пологая кривая  $\gamma$  оказывается времениподобной. Соответственно, она достигает финиша раньше, чем если бы *всё* пространство было плоским. б) Труба Красникова. Световые конусы в  $U$  наклонены в сторону старта. Поэтому  $p \in J^-(q)$ , хотя  $t(q) < t(p)$ .

же представлены оригинальные результаты: обобщения этого известного пространства на неплоский случай, а именно, машины времени, получаемые факторизацией пространств де Ситтера 1-го и 2-го рода

$$ds^2 = -\frac{8}{R}(\alpha + \beta)^{-2} d\alpha d\beta,$$

по группе изометрий, порождённой отображением  $(\alpha, \beta) \mapsto (k\alpha, k\beta)$ , где  $k$  — положительный параметр.

В §3 рассмотрен процесс превращения в машину времени проходимой кротовой норы. Именно возможность этого процесса, указанная Моррисом, Торном и Юртсевером, и спровоцировала в 90-е годы вспышку интереса к кротовым норам и машинам времени.

В 4. §4 исследуются машины времени с компактно порождёнными горизонтами Коши (КПК). Выделение их Хокингом в особую категорию имело целью описать появление машины времени, не сопровождающееся поступлением какой-то новой непредсказуемой информации из сингулярности или из бесконечности. Одна-

ко, более адекватной моделью таких машин времени представляются пространства с компактно *определёнными* горизонтами Коши (КОГК), являющимися некоей модификацией КПКК. Критерий принадлежности к этой категории весьма удобен и позволяет доказать целый ряд утверждений. В частности, в этом параграфе доказываются две теоремы. Они гласят, что

- а) КОГК неизбежны в том смысле, что начальная глобально гиперболическая область машины времени, ограниченная таким горизонтом, и не может быть расширена до нерасширяемого глобально гиперболического пространства-времени;
- б) формированию КОГК всегда предшествует появление «опасной» светоподобной геодезической. Такая геодезическая бесконечное число раз возвращается в некоторую, выбранную сколь угодно малой, область, причём «суммарная энергия» получившегося таким образом пучка — бесконечна.

Конкретные примеры показывают, что машины времени страдают множеством патологий и *помимо* нарушения причинности. Это и сингулярности (до сих пор, например, неизвестно может ли их избежать машина времени с КПКК), и потребность в экзотическом веществе, и «опасные» геодезические. Важно понять, насколько эти патологии неизбежны. Поэтому в 4. § 5 предъявляется машина времени, лишённая их *всех*. Зададим в двумерном пространстве  $M_{\text{ДП}}$  (это пространство, см. пример 1.66, полученное из плоскости Минковского удалением отрезков  $t = \pm 1$ ,  $x \in [0, 1]$  и отождествлением верхнего берега каждого из двух полученных разрезов с нижним берегом другого) гладкую положительную функцию  $w(x_0, x_1)$ , у которой первые две производные ограничены и которая, будучи равной единице при  $|x_0|, |x_1| > 1,5$ , стремится к нулю, когда  $x_{0,1} \rightarrow \pm 1$  (использование координат  $x_{0,1}$  требует определённой аккуратности, так как в действительности они покрывают только *часть* пространства  $M_{\text{ДП}}$ , а именно плоскость с двумя разрезами). Обсуждаемая машина времени представляет собой произведение  $M_w \equiv M_{\text{ДП}} \times S^2$  с метрикой

$$ds^2 = w^{-2}(-dx_0^2 + dx_1^2) + r_*^2(dx_2^2 + \sin^2 x_2 dx_3^2),$$

где  $x_2 \in [0, \pi]$ ,  $x_3 \in [0, 2\pi)$  — угловые координаты.

Отсутствие опасных геодезических в  $M_w$  очевидно. Далее, как доказывается в приложении А8, любая непродолжимая кривая  $\gamma(\zeta)$  в  $M_w$  имеет бесконечную «обобщённую аффинную длину»  $L(\infty)$  (по определению

$$L(\zeta) \rightleftharpoons \int_0^\zeta \left( \sum_{i=1}^4 g(\partial_\zeta, e_{(i)})^2 \right)^{1/2} d\zeta',$$

где  $g$  — метрика, а  $\{e_{(i)}\}$  — тетрада параллельно перенесённая вдоль  $\gamma$ , что является критерием отсутствия сингулярности. Наконец, как показывают прямые вычисления, при выполнении неравенства

$$0 < r_* < \inf_{M_1} |w(w_{\gamma x_1 x_1} - w_{\gamma x_0 x_0}) + w_{\gamma x_0}^2 - w_{\gamma x_1}^2|^{-1/2}$$

(чего всегда можно добиться выбором достаточно малой  $r_*$ ), в  $M_w$  выполняется Слабое энергетическое условие.

В главе 5 формулируется и доказывается теорема 5.2 — одно из центральных утверждений этой работы, а возможно, и теории машин времени вообще. Эта теорема гласит, что для любого пространства-времени  $U$  найдётся включающее его максимальное пространство-время  $M^{\max} \supset U$ , не содержащее новых, то есть покидающих хронологическое прошлое  $U$  в  $M^{\max}$ , замкнутых причинных кривых. Более того, утверждение остаётся в силе, даже если определение пространства-времени дополнить произвольным локальным (в смысле, указанном в 2. § 1) условием. С физической точки зрения эта теорема есть утверждение о невозможности построить машину времени в рамках классической ОТО и её модификаций, связанных с введением дополнительных локальных условий. Причём, и это важно, теорема запрещает не *появление* машин времени, а только их *создание*.

Вторая часть диссертации посвящена явлениям в физике лазов и машин времени, вызванным квантовыми эффектами. Последние рассматриваются в полуклассическом приближении, то есть поля предполагаются квантованными, а пространство-время в котором они существуют — классическим и подчинённым уравнению Эйнштейна, у которого справа стоит не тензор энергии-импульса, а его среднее  $\langle T_{ab} \rangle$  по соответствующему состоянию. Как находится это среднее излагается — сверхсжато — в 6. § 1. В следующем параграфе рассматриваются два часто используемых в данном контексте приёма, упрощающих эту процедуру. При этом выясняется, что один из них — «метод изображений» — математически несостоятелен, другой же, использующий известные трансформационные свойства  $\langle T_{ab} \rangle$  при конформных преобразованиях, напротив, чрезвычайно полезен и позволяет легко строить интересные примеры.

В главе 7 обсуждается «квантовое неравенство». Будучи ещё одной — в дополнение к эйнштейновской — связью между тензором энергии-импульса материи и геометрией пространства, заполненного этой материей, обсуждаемое неравенство налагает очень жёсткие ограничения на возможную метрику пространства-времени.

В частности, если оно верно (что пока не доказано), то в некоторых «естественных» предположениях оно практически исключает все лазы, рассматривающиеся в этой работе. Соответствующие запреты воспроизведены в 7. § 1, а способы обойти их указаны в 7. § 2.

Неизвестно, можно ли *создать* кротовую нору, но не кажется невероятным существование «изначальных» нор, которые возникли тогда же и по тем же причинам, что и остальная Вселенная. А тогда вопрос о причинности Вселенной — это во многом вопрос об их проходимости. Этот вопрос и исследуется в главе 8. С этой целью в ней строится модель пустой сферически симметричной кротовой норы. В предположении слабости соответствующих квантовых поправок исследуется испарение такой норы. Модель содержит несколько свободных параметров: начальную массу  $m_0$ , величину  $\mathfrak{h}$ , определяющую насколько близка к максимальному расширению была кротовая нора в момент своего возникновения, и  $\kappa_{R(L)}$ , которые численно характеризуют время между появлением кротовины и концом планковской эры в областях (соответственно, правой и левой), находящихся далеко от неё. Все значения этих параметров сегодня можно считать равновероятными; кроме макроскопичности норы  $m_0 \gg 1$  в работе принято только условие  $\mathfrak{h} \in (1 + \sqrt{\mathfrak{c}}, \frac{\sqrt{5}+1}{2})$  (оно требуется для самосогласованности модели), где с точностью до несущественного множителя  $\mathfrak{c}$  — это  $m_0^{-2}$ . Цель построения модели — оценка величин  $\mathcal{T}_L^{\text{trav}}$  и  $\mathcal{T}_R^{\text{trav}}$ , которые определяются, как расстояния, измеренные в левой (соответственно, правой) асимптотически плоской области вдали от кротовины в системе покоя последней, между первым и последним фотонами, сумевшими пройти через горловину. Иначе говоря,  $\mathcal{T}_{L(R)}^{\text{trav}}$  — это время, в течение которого кротовина проходима. Главный результат обсуждаемой главы состоит в том, что в рамках рассмотренной модели

$$\mathcal{T}_L^{\text{trav}} = 0 \quad \text{при} \quad \mathfrak{h} = 1$$

$$\mathcal{T}_L^{\text{trav}} = \alpha m_0, \quad 1.3 \leq \alpha \leq 3.8 \quad \text{при} \quad \mathfrak{h} = \frac{\sqrt{5}+1}{2},$$

то есть в некотором диапазоне параметров кротовая нора становится проходимой на макроскопическое (хотя и малое) время.

Наконец, в последней главе обсуждается вопрос о поляризации вакуума в причинной области машин времени с КПКК. В некоторых ситуациях порождённая поляризацией вакуума плотность энергии расходится на горизонте (с точки зрения свободно падающего наблюдателя). Что, однако, не обязательно свидетельствует о

квантовой неустойчивости соответствующего пространства-времени. Существуют и такие вакуумы (предъявлен конкретный пример), в которых этой расходимости нет. В конце главы вкратце воспроизводится критический анализ [14] предложенного некоторыми авторами «условия F-локальности», запрещающего нарушения причинности.

В Приложение вынесены результаты, требующие слишком громоздких обоснований. Так, в А. §1 исследуется вопрос о взаимодействии точечного электрического заряда с кротовой норой. Показывается, что за счёт самодействия сила, действующая на заряд, отличается от той, которую оказывал бы на него в пространстве Минковского другой точечный заряд. В приближении короткой горловины находится величина самодействия, которая оказывается не малой. В А. §2 построен пример пространства, аналогичного лазу, но с метрикой Шварцшильда, а не Минковского в соответствующей области. Показано, что Слабое энергетическое условие в этом пространстве выполняется.

В Заключение сформулированы основные выводы диссертации.

## Заключение

1. Представление о «скорости распространения гравитации» может быть формализовано введением понятия *альтернативы*, причём:

- *сверхсветовая альтернатива* соответствует интуитивному представлению о гравитационном сигнале, распространяющемся быстрее света;
- *полусверхсветовая альтернатива* описывает ситуацию, в которой материальное тело движется медленнее света, но быстрее, чем двигался бы пробный фотон во вселенной, отличающейся от рассматриваемой тем фактом (и его следствиями), что в ней этот фотон был испущен *вместо* упомянутого тела.

При этом

**а)** полусверхсветовая альтернатива, в которой оба пространства-времени глобально гиперболичны, оказывается сверхсветовой;

**б)** в некоторых часто используемых предположениях условия, обеспечивающие единственность решения задачи Коши для уравнений Эйнштейна, исключают сверхсветовые альтернативы.

2. Пустая сферически симметричная кротовая нора, возникшая в ранней Вселенной, становится при определённых значениях параметров проходимой на макроскопическое время за счёт испарения.

3. Возможность сверхсветового перемещения зависит, в числе прочего, от точного определения термина «сверхсветовой». В частности, при должном определении такие перемещения оказываются возможными при наличии «лазов». Пример трубы Красникова доказывает, что ни необычная топология (свойственная кротовым

норам), ни нужда в тахионах (присущая пузырям Алькубиерре) не являются обязательными для лазов и, значит, не приводят к их исключению. Эффективный лаз предполагает, по всей видимости, нарушение слабого энергетического условия. Это, однако, не делает его невозможным, так как квантовые эффекты могут это условие нарушать, причём в достаточных масштабах, как показывают (грубые) оценки, полученные для конкретных примеров.

**4.** Искусственное создание машины времени (в отличие, возможно, от её спонтанного появления) невозможно ни в ОТО, ни в гипотетической теории, отличающейся от ОТО добавлением какого-нибудь локального требования.

**5.** Если компактно множество  $\overline{J^-(\mathcal{U})} \cap J^+(\mathcal{S}_0)$ , где  $\mathcal{U}$  — открытое подмножество горизонта, а  $\mathcal{S}_0$  — какая-нибудь поверхность Коши исходной глобально гиперболической области  $M^T$ , то

**а)** предотвратить нарушение причинности в максимальном расширении  $M^T$  может только формирование квазирегулярной сингулярности;

**б)** хронологическое прошлое  $\mathcal{U}$  содержит «опасную» светоподобную геодезическую. Такая геодезическая возвращается со всё большим синим смещением бесконечно много раз в сколь угодно малую окрестность некоторой точки, лежащей на горизонте Коши. Это не делает машину времени классически неустойчивой, но может приводить к наблюдаемым последствиям;

**в)** несмотря на наличие «опасной» геодезической такая машина времени, возможно, квантово-механически устойчива: для свободного безмассового скалярного поля в пространстве Мизнера найдено квантовое состояние, в котором ожидание тензора энергии-импульса не расходится на горизонте Коши.

**6.** Существуют машины времени, лишённые известных патологий, часто присущих таким пространствам-временам: «опасных» геодезических, сингулярностей и нужды в нарушении слабого энергетического условия.



## **Список работ, опубликованных автором по теме диссертации**

**Статьи в научных журналах, входящих в перечень**

**ВАК**

- [1] Krasnikov S. Time machines with the compactly determined Cauchy horizon // Physical Review D. - 2014. - V.90. - 024067.
- [2] Krasnikov S. Corrigendum: No time machines in classical general relativity // Class. Quantum Grav. - 2014. - V.31. - 079503.
- [3] Krasnikov S. Topological censorship is not proven // Gravitation and Cosmology. - 2013. - V.19. - P.195.
- [4] Krasnikov S. V. The Speed of Gravity in General Relativity // Gravitation and Cosmology. - 2011. - V.17. - P.194.
- [5] Krasnikov S. Even the Minkowski space is holed // Physical Review D. - 2009. - V.79. - 124041.
- [6] Krasnikov S. Electrostatic interaction of a pointlike charge with a wormhole // Class. Quantum Grav.. - 2008. - V.25. - 245018.
- [7] Krasnikov S. Erratum: Traversable wormhole [Phys. Rev. D. 62, 084028 (2000)] // Physical Review D. - 2007. - V.76. - 109902.
- [8] Krasnikov S. Quantum inequalities and their applications // Gravitation and Cosmology. - 2006. - V.46-47. - P.195.

- [9] Krasnikov S. Evaporation induced traversability of the Einstein-Rosen wormhole // Physical Review D. - 2006. - V.73. - 084006.
- [10] Krasnikov S. The quantum inequalities do not forbid spacetime shortcuts // Physical Review D. - 2003. - V.67. - 104013.
- [11] Krasnikov S. No time machines in classical general relativity // Class. Quantum Grav.. - 2002. - V.19. - P.4109.
- [12] Krasnikov S. Time travel paradox // Physical Review D. - 2002. - V.65. - 064013.
- [13] Krasnikov S. Traversable wormhole // Physical Review D. - 2000. - V.62. - 084028.
- [14] Krasnikov S. Quantum field theory and time machines // Physical Review D.. - 1999. - V.59. - 024010.
- [15] Krasnikov S. A singularity free WEC respecting time machine // Classical and Quantum gravity. - 1998. - V.15. - P.997.
- [16] Krasnikov S. Hyper-fast travel in general relativity // Physical Review D. - 1998. - V.57. - P.4760.
- [17] Krasnikov S. Causality violations and paradoxes // Physical Review D. - 1997. - V.55. - P.3427.
- [18] S. V. Krasnikov Quantum stability of the time machine // Physical Review D. - 1996. - V.54. - P.7322.
- [19] Krasnikov S. V. Topology changes without any pathology // General Relativity and Gravitation. - 1995. - V.27. - P.529.
- [20] Krasnikov S. V. On the classical stability of a time machine // Classical and Quantum gravity. - 1994. - V.11. - P.1.

## Статьи в других изданиях

- [1] Krasnikov S. Quasiregular singularities taken seriously // PoS ISFTG. - 2009. - V.014.
- [2] Красников С. В. Струноподобные сингулярности в астрономии. // Астрономические исследования в Пулковке сегодня. - СПб: ВВМ, 2009.
- [3] Krasnikov S. The wormhole hazard // Time and Matter. - Singapore: World Scientific Publishing Co, 2006.
- [4] Красников С. В. Сверхсветовые перемещения в (полу)классической ОТО. // Квантовая теория и космология. - С-Пб: Свежинцев Е. Е., 2009.
- [5] Krasnikov S. Time machine (1988–2001). // Гравитация, космология и элементарные частицы. - С-Пб: СПбГУЭФ, 2004.
- [6] Krasnikov S. Toward a traversable wormhole. *In* Space Technology and Application International Forum–2000. - AIP conference proceedings 504, 2000.
- [7] Krasnikov S. How to build a space machine? *In* Space Technology and Application International Forum–1999 - AIP Conference Proceedings 458, 1999.
- [8] Krasnikov S. Time machines with non-compactly generated Cauchy horizons and “handy singularities”. // Proceedings of the 8-th Marcel Grossman Meeting on General Relativity. - Singapore: World Scientific, 1999.
- [9] Krasnikov S. V. On the quantum stability of the time machine // TEUBNER-TEXTE zur Physik. - 1996. - V.30. - P.203.