

## ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию

Костюнина Сергея Юрьевича

«Неантагонистические дифференциальные игры со случайными моментами выхода игроков из игры», представленную к защите в диссертационный совет Д 212.232.29 на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09 – «Дискретная математика и математическая кибернетика»

*Актуальность.* Диссертация Костюнина Сергея Юрьевича посвящена исследованию класса дифференциальных игр со случайной продолжительностью. Дифференциальные игры рассматривались в работах Айзекса, Понтрягина, Красовского, Петросяна и др. начиная с 50-х годов XX века. Возникнув в рамках моделирования военных конфликтов, и в частности задачи преследования противника, дифференциальные игры получили широкое развитие как аппарат для описания процессов различной природы, развивающихся во времени, когда игроки оказывают влияние на траекторию развития процесса, от которой зависят их выигрыши в игре. Изначально рассматривались игры конечной продолжительности или дисконтированные игры на бесконечном временном промежутке, однако естественно, что в ряде реальных задач участники не знают заранее, когда закончится их взаимодействие. Игры со случайной продолжительностью в общей постановке, введенные Л. Петросяном и Е. Шевкопляс в 2000 г., являются более реалистичными, но и более сложными для изучения за счет вида интегрального функционала выигрыша. В диссертации Сергея Юрьевича получены условия приведения функционала к упрощенному интегральному виду, что позволит в дальнейшем на базе этого результата существенно продвинуться в исследовании конкретных игр. Также актуальность диссертационной работы состоит в исследовании задачи потребления ограниченного ресурса с различными случайными моментами выхода – в последнее десятилетие эта задача в различных постановках появляется в ряде работ зарубежных авторов.

*Научная новизна.* Научная новизна диссертационной работы заключается в следующем:

1. Для дифференциальных игр случайной продолжительности найдены достаточные условия приведения функционала выигрыша к упрощенному интегральному виду.
2. Впервые построена и исследована общая модель дифференциальной игры с различными случайными моментами выхода игроков из игры, при этом, игрок, оставшийся в игре последним, действует в отсутствии конкуренции, т.е. решает задачу оптимального управления со случайной продолжительностью.



3. Исследована и решена дифференциальная игра управления вредными выбросами случайной продолжительности с распределением Вейбулла в некооперативной и кооперативной версии.
4. Разработана модель совместной разработки невозобновляемого ресурса, найдено позиционное состоятельное равновесие по Нэшу и дана интерпретация результатов для случая экспоненциального распределения моментов остановки.

Все результаты, представленные в работе, являются новыми и оригинальными.

*Обоснованность и достоверность научных положений.* Все утверждения, представленные в диссертации, содержат корректные математические доказательства, обусловленные применением теории дифференциальных игр, функционального анализа и теории оптимизации. Постановки задач достаточно мотивированы и обоснованы ссылками на современные публикации в данной области. Материал изложен четко и строго, диссертация написана грамотным научным языком. Автореферат в достаточной мере отражает основные положения диссертации.

*Теоретическая значимость.* Работа носит теоретический характер и, несомненно, вносит существенный вклад в современную теорию дифференциальных игр и математического моделирования конфликтных процессов на их основе. Рассмотрение различных моментов выхода игроков позволяет существенно расширить круг задач, которые возможно изучать на базе разработанной теории. Результат, касающийся упрощения вида функционала выигрыша, важен для дальнейшего развития общей теории дифференциальных игр со случайной продолжительностью.

*Практическая значимость.* В диссертации продемонстрировано, что данная теория может успешно применяться, например, в задачах конкурентного взаимодействия в экологии и управлении промышленным производством. Очевидно, что класс применения данных моделей не ограничивается этими направлениями, но также включает в себя длительные взаимодействия агентов на случайном временном промежутке практически во всех сферах хозяйственной и общественной деятельности. Поэтому работа обладает глубоким потенциалом для использования при построении моделей реальных конфликто-управляемых процессов.

#### *Замечания.*

При прочтении работы у меня возникли следующие замечания:

1. Неудачно выбрано сокращенное обозначение для функции плотности выигрыша игрока. Создается впечатление, что функция плотности выигрыша не зависит от фазовой координаты и стратегий, выбранных игроками.
2. При исследовании кооперативной дифференциальной игры управления вредными выбросами понятие характеристической функции вводится неклассическим образом (не как гарантированный выигрыш коалиции против оставшейся коалиции), в связи с чем желательно было бы, чтобы в



диссертации содержалась более детальная мотивировка выбора именно такой постановки кооперативной игры.

Указанные недостатки не носят принципиального характера и не снижают общего положительного впечатления, которое производит диссертация.

В целом следует отметить, что совокупность полученных Сергеем Юрьевичем результатов можно квалифицировать как существенный вклад в теорию дифференциальных игр и методов анализа конфликтных ситуаций на их основе. Диссертация является законченной научно-исследовательской работой, выполненной автором квалифицированно и самостоятельно. Особенно хочется подчеркнуть высокий уровень научных публикаций, отражающих результаты диссертационного исследования, и широкое представление этих результатов научной общественности на ряде международных конференций.

Диссертационная работа «Неантагонистические дифференциальные игры со случайными моментами выхода игроков из игры» отвечает всем требованиям, предъявляемым к диссертациям согласно положению о присуждении ученых степеней, а ее автор – Костюнин Сергей Юрьевич – заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика.

кандидат физ.-мат. наук,  
ио научного сотрудника Федерального государственного  
бюджетного учреждения науки Санкт-Петербургского  
экономико-математического института  
Российской академии наук

М. С. Сандомирская

